DOI: https://doi.org/10.35681/1560-9189.2026.28.2.363137

УДК 519.24: 004.9

А. Б. Качинський[1], Д. В. Ланде[1,2], С. П. Іванюта[1]
[1]Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Берестейський проспект, 37, 03056 Київ, Україна
[2]Інститут проблем реєстрації інформації НАН України
вул. М. Шпака, 2, 03113 Київ, Україна

Стохастична порогова модель поширення меметичних вірусів у соціальних медіа

Запропоновано стохастичну модифікацію класичної лінійної порогової моделі, яка враховує випадковість кількості активних контактів і неоднорідність сили впливу окремих повідомлень. Це дозволило перейти від ресурсомістких імітаційних експериментів до строгого математичного опису процесів соціального зараження, формалізуючи когнітивні бар'єри користувачів і нелінійність каскадних взаємодій. Проведено порівняльний аналіз запропонованого підходу з класичними алгоритмами структурного ранжування. Якщо методи PageRank та HITS фіксують статичний стан топології графа через власні вектори матриць суміжності, то ймовірнісна порогова модель описує динаміку фазового переходу системи — від локального поширення до глобального інформаційного каскаду. Перехід від статичної топологічної центральності до динамічних стохастичних підходів відкриває нові можливості для моніторингу, нейтралізації інформаційних загроз у реальному часі та побудови міждисциплінарних моделей когнітивної стійкості суспільства. Запропонований інструментарій може застосовуватись у сфері інформаційної і кібернетичної безпеки, стратегічних комунікацій.

Ключові слова: *ймовірнісна порогова модель, кібербезпека, інформаційна безпека, соціальні мережі, інформаційні впливи, бімодальний розподіл ступенів, каскадне поширення.*

Вступ

Сучасні цифрові засоби комунікації створили передумови для надзвичайно швидкої дифузії дезінформації, фейкових повідомлень та інших форм інформаційних маніпуляцій у соціальних мережах [1, 2]. Соціальні медіа перетворилися на ключове середовище формування суспільної думки та координації колективних дій.

© А. Б. Качинський, Д. В. Ланде, С. П. Іванюта

У цьому контексті особливої актуальності набуває кількісний опис механізмів соціального зараження та прогнозування динаміки негативних впливів з метою своєчасного виявлення загроз інформаційній безпеці.

Традиційним інструментом моделювання подібних процесів виступають порогові моделі колективної поведінки [3, 4]. Їхня концепція ґрунтується на припущенні, що індивід (вузол мережі) змінює свій стан лише тоді, коли сукупний вплив його активних сусідів перевищує індивідуальне порогове значення.

Класична лінійна порогова модель, попри фундаментальне значення, здебільшого розглядається в детермінованій постановці, що не відображає стохастичної природи реальних соціальних взаємодій. Водночас поширені метрики, такі як алгоритм PageRank [5, 6], акцентують увагу на статичній центральності вершин графа, не враховуючи динаміку фазових переходів системи від локального поширення до глобального каскаду.

Необхідність врахування випадкових чинників, зокрема варіативності кількос-ті активних контактів та неоднорідності сили впливу окремих повідомлень, обумовлює потребу у розробці ймовірнісних підходів до моделювання процесів соціального зараження. Це відкриває можливість переходу від імітаційного моделювання до отримання аналітичних виразів для оцінки ймовірності активації вузла соціальної мережі.

Метою цієї статті є розробка ймовірнісної модифікації лінійної порогової моделі, що дає змогу отримати аналітичні вирази для обчислення ймовірності активації вузла без залучення масивних імітаційних експериментів. Окремим завданням виступає порівняльний аналіз запропонованого підходу з відомими алгоритмами структурного ранжування (PageRank, HITS) та класичними детермінованими моделями дифузії, що підкреслює його спроможність відтворювати часову динаміку соціального зараження, враховувати індивідуальні когнітивні бар'єри та стохастичну природу реальних комунікацій. Додатково у роботі обґрунтовується практична цінність моделі для прогнозування критичних точок каскадного поширення дезінформації та кількісної оцінки ефективності механізмів протидії, що позиціонує її як дієвий інструмент стратегічного аналізу в сфері інформаційної безпеки та кіберзахисту.

Характеристика об'єкта дослідження

Порогові моделі належать до одного з базових класів моделей соціального зараження, що застосовуються для опису процесів дифузії дезінформації, поширення фейкових повідомлень, епідемій чуток, формування колективних думок та інших явищ масової комунікації. Їхня концептуальна основа полягає у припущенні, що індивід (вузол мережі) переходить у стан активації лише тоді, коли сукупний вплив від його активних сусідів перевищує індивідуальне порогове значення.

Величина цього впливу визначається не лише кількістю активних контактів, але й силою зв'язків у мережі: чим інтенсивніший зв'язок, тим вагоміший внесок сусіда у процес активації. Таким чином, порогові моделі дозволяють формалізувати механізм колективної поведінки, де локальні взаємодії між окремими вузлами можуть призводити до глобальних каскадних ефектів.

Вони забезпечують аналітичний інструментарій для виявлення критичних точок, у яких система переходить від стану локального поширення до масштабної ди-

фузії, що має особливе значення для дослідження інформаційної безпеки та прогнозування соціальних ризиків.

У базовій версії лінійної порогової моделі вплив на вузол визначається сумою внесків його активних сусідів, де кожен внесок зважується відповідно до ваги зв'язку, що поєднує вузли i та j [7]:

$$I(i) = \sum_j w_{ij} \geq \theta_i, \tag{1}$$

де w_{ij} — вага зв'язку між вузлами i та j.

Це рівняння передбачає включення до суми лише тих сусідів вузла i, які перебувають у стані активації. Якщо вузол j не є сусідом, то зв'язок між ним та j відсутній, і відповідно $w_{ij} = 0$. Вузол переходить у стан активації тоді, коли сумарний вплив перевищує індивідуальний поріг θ_i, що інтерпретується як готовність прийняти певну ідею, інформацію чи поведінку.

Отже, запропонований підхід математично описує колективну динаміку, за якої обмежені взаємодії між окремими учасниками мережі здатні трансформуватися у широкомасштабні каскадні процеси. Ваги зв'язків у цій схемі виконують роль кількісних індикаторів різних соціальних чинників: щільності спілкування, рівня довіри, регулярності контактів або потужності інформаційного імпульсу. Завдяки такій деталізації модель точно відтворює структурну неоднорідність мережевого середовища та дає чітке пояснення причин, через які певний контент залишається в межах локальних кластерів, тоді як інший запускає ланцюгову реакцію глобального поширення.

Умова для активації вузла і є наступною:

$$I(i) = \theta_i, \tag{2}$$

де θ_i — це конкретне порогове значення вузла, яке призначається вузлу i до того, як процес розпочнеться. Його значення зазвичай варіює від одного вузла до іншого.

У рівнянні (1) для кожного активного вузла справедливо:

$$n_i^{on} \geq \theta_i, \tag{3}$$

де n_i^{on} — це число активних сусідів вузла i. У разі якщо кількість активних сусідів перевищує поріг вузла, то вузол активується, в іншому разі він залишається неактивним.

Для врахування стохастичної природи соціальних взаємодій у моделі вводяться припущення щодо випадковості кількості активних сусідів та варіативності сили їхнього впливу. Кількість активних сусідів розглядається як випадкова величина, що має пуасонівський розподіл.

Це означає, що вузол може бути активованим лише тоді, коли число його активованих сусідів дорівнює випадковій величині ν, яка підпорядковується закону розподілу Пуассона:

$$P(\nu = n) = \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}, \tag{4}$$

де λ — середня інтенсивність активних зв'язків.

Інтенсивність впливу окремого сусіда w, моделюється як випадкова величина, рівномірно розподілена на інтервалі $[a, b]$. Це означає, що всі можливі зна-

чення впливу в межах цього проміжку є рівно ймовірними, а щільність розподілу ймовірностей залишається сталою:

$$f(w) = \frac{1}{b-a}, \quad w \in [a, b]. \tag{5}$$

Такий підхід дозволяє врахувати неоднорідність сили інформаційного впливу, яка може варіюватися залежно від змісту повідомлення, рівня довіри до джерела чи інтенсивності комунікації. Поєднання цих припущень створює основу для ймовірнісної модифікації лінійної порогової моделі, що забезпечує перехід від детермінованого опису до стохастичного аналізу.

У результаті модель здатна не лише прогнозувати факт активації окремого вузла, але й оцінювати ймовірність виникнення каскадних процесів у мережі, що має критичне значення для дослідження поширення дезінформації та розробки ефективних механізмів її протидії.

Метод дослідження

За допомогою формули повного математичного сподівання випадкової величини $I(i)$ та характеристичних функцій, застосовуючи перетворення Лапласа, можна отримати класичний результат для складеного розподілу Пуассона, описаний у [8]:

$$\Psi(t) = Ee^{-tI(i)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} (Ee^{-tw_{ji}})^n = e^{\lambda\psi(t)-\lambda}, \tag{6}$$

де λ — параметр пуасонівської величини v, а $\Psi(t) = Ee^{-tw_{ji}}$ — перетворення Лапласа для величини впливу окремих активних сусідів на вузол.

Диференціюючи в точці $t = 0$ по t, ми отримаємо моменти величини $I(i)$:

$$EI(i) = \Psi''(t)|t = 0 = \lambda E w_{ij}, \tag{7}$$

$$EI(i)^2 = \Psi''(t)|t = 0 = \lambda\Psi''(0) + (\lambda\Psi''(0))^2. \tag{8}$$

$$VarI(i) = \lambda E w_{ij}^2. \tag{9}$$

Оскільки випадкові величини w_{ji} рівномірно розподілені на відрізку $[a, b]$, використовуючи формули для моментів рівномірного розподілу ми маємо:

$$Ew_{ij} = \frac{b+a}{2}, \tag{10}$$

$$Ew_{ji}^2 = \frac{(b-a)^2}{12}. \tag{11}$$

Таким чином, математичне сподівання та дисперсія лінійної порогової моделі сумарного впливу на вузол дорівнюють:

$$EI(i) = \lambda\left(\frac{b+a}{2}\right), \tag{12}$$

$$EI(i)^2 = \lambda\left(\frac{(b-a)^2}{12}\right). \tag{13}$$

Для коректного використання нормального наближення необхідно стандартизувати випадкову величину сумарного впливу. Тому умову активації вузла i $P(I(i) \geq \theta_i)$ запишемо через функцію стандартного нормального розподілу [9]:

$$P(I(i) \geq \theta_i) = P\left(\frac{I(i) - EI(i)}{\sqrt{Var(i)}} > \frac{\theta_i - EI(i)}{\sqrt{Var(i)}}\right). \quad (14)$$

Використовуючи нормальне наближення, отримуємо:

$$P(I(i) \geq \theta_i) \approx 1 - \left(\Phi \frac{\theta_i - EI(i)}{\sqrt{Var(i)}}\right). \quad (15)$$

Таким чином, отримано аналітичний вираз для ймовірності активації вузла соціальної мережі, що враховує випадковість кількості активних сусідів і варіативність сили їхнього впливу. Це дозволяє перейти від імітаційних експериментів до строгого математичного аналізу, забезпечуючи можливість прогнозування критичних точок каскадного поширення інформації і оцінки ефективності механізмів протидії дезінформації.

Розвиток підходу

Подальші дослідження аналітичного виразу для оцінки ймовірності активації вузла соціальної мережі мають бути спрямовані на емпіричну верифікацію параметрів моделі $(\lambda, a, b, \theta_i)$ для різних типів соціальних мереж та меметичних конструкцій. Важливим напрямом є також розширення моделі з урахуванням кореляції порогових значень у кластерах, що відображає ефект гомофілії, а також моделювання зворотного впливу активації на топологію мережі. Це дозволить наблизити модель до реальних соціальних процесів, де структура мережі не є статичною, а змінюється під впливом інформаційних каскадів.

Принципова відмінність запропонованого підходу від алгоритму PageRank [5] полягає в його онтологічному статусі. Алгоритм PageRank визначає статичну міру центральності як властивість структури графа, тобто, PageRank відображає статичну оцінку важливості вузла в мережі.

Натомість ймовірнісна порогова модель описує динаміку фазового переходу системи — від локального поширення до глобального каскаду — через часову еволюцію ймовірності активації:

$$P(t) = P(I(i,t) \geq \theta_i). \quad (16)$$

Основним механізмом, відсутнім у PageRank, є пороговий ефект θ_i, що моделює когнітивний бар'єр індивіда, а також залежність інтенсивності λ від часу. Це дозволяє прогнозувати критичні точки переходу, коли система змінює свій стан від стабільного до нестабільного, породжуючи каскадне поширення інформації.

Теоретичний аналіз статичних і динамічних моделей

Алгоритми структурного ранжування, зокрема PageRank та HITS, утвердилися як фундаментальні інструменти аналізу топології соціальних мереж, визначаючи впливовість вершин через механізми передачі авторитету чи подвійної центральності. Їхня поширеність у дослідженнях мережевої структури зумовлена здатністю відображати статичну ієрархію вузлів і їхню відносну значущість у системі.

Водночас застосування цих підходів для прогнозування поширення меметичних вірусів вимагає критичного переосмислення, оскільки їхня природа — статичне ранжування — принципово відрізняється від динаміки інформаційних каскадів.

Якщо зазначені алгоритми описують потенційну важливість вершини як незмінну властивість графа, то поширення інформації є часовим процесом, що залежить від послідовності активації вузлів, індивідуальних когнітивних порогів та стохастичної природи соціальних взаємодій. У цьому контексті ймовірнісна порогова модель пропонує альтернативний онтологічний підхід: вона моделює не фіксований стан системи, а її динамічний перехід від локального поширення до глобального каскаду.

Ця відмінність між статичними метриками та динамічною активацією визначає межі застосування класичних алгоритмів у сфері інформаційної безпеки. Статичні інструменти не здатні врахувати критичні точки фазових переходів, тоді як ймовірнісна порогова модель дозволяє прогнозувати моменти, коли система стає вразливою до масштабного поширення дезінформації. Практичним наслідком є можливість використання моделі для виявлення зон ризику, оцінки стійкості соціальних мереж та розробки превентивних механізмів протидії інформаційним атакам.

Математична формалізація PageRank

Алгоритм PageRank, запропонований Бріном і Пейджем (1998), визначає статичну міру центральності вузла через рекурсивний процес випадкового блукання по графу. Для орієнтованого графа, ранг вершини i визначається рівнянням:

$$PR(i) = (1-d)/N + d\sum_{j\in B_i}^{n} \frac{PR_j}{L_j}, \tag{17}$$

де N — загальна кількість вершин у мережі; B_i — множина вершин, що мають вихідні ребра до вершини i; L_j — кількість вихідних ребер з вершини j; $d \in (0,1)$ — параметр демпфування (зазвичай $d \approx 0{,}85$), що моделює ймовірність переходу за посиланням замість випадкового стрибку.

У матричній формі рівняння набуває вигляду

$$PR = (1-d)/N + dM^T PR, \tag{18}$$

де M — стохастична матриця суміжності, елемент якої $m_{ij} = \frac{1}{L_j}$, якщо існує зв'язок між вузлами i та j, а 1 — вектор одиниць. Розв'язок рівняння (17) існує і єдиний завдяки теоремі Перрона-Фробеніуса для нерозкладних стохастичних матриць.

Особливість PageRank полягає в тому, що він описує сталий стан Марківського ланцюга, де ймовірність перебування «віртуального агента» у вершині B_i не залежить від часу. Це робить алгоритм ідеальним для ранжування статичного контенту, але принципово нездатним до моделювання часової динаміки поширення інформації.

Алгоритм HITS — статична подвійна центральність

Алгоритм HITS (Hyperlink-Induced Topic Search), запропонований Дж. Кляйнбергом у 1999 році, є ще одним класичним інструментом структурного аналізу мереж, який широко застосовується для ідентифікації впливових вузлів у тематич-

них підграфах [10]. На відміну від PageRank, що оцінює універсальну «важливість» вершини, HITS оперує двома взаємопов'язаними метриками: автором (author) і хабом (hub). Вузол вважається якісним автором, якщо на нього посилаються потужні хаби, тоді як хабом виступає вершина, що агрегує посилання на високоавто-ритетні ресурси. Такий підхід дозволяє виявляти функціональні ролі учасників мережі, проте, як і PageRank, залишається фундаментально статичним і не відображає часову природу інформаційних каскадів.

Для заданого підграфа з матрицею суміжності A алгоритм реалізується через ітеративне оновлення векторів хабів h та авторів a:

$$a_k = A^T h_{k-1}; \quad h_k = A a_{k-1}, \tag{19}$$

де на кожному кроці вектори нормалізуються (наприклад, за евклідовою нормою) для забезпечення збіжності. У границі розв'язок збігається до головних власних векторів матриць A^TA (для авторів) та AA^T (для хабів). Цей процес описує сталий стан топологічної структури і, подібно до PageRank, не залежить від послідовності подій чи часових затримок між активаціями.

Застосування HITS для моделювання поширення мем-вірусів стикається з низкою фундаментальних обмежень. По-перше, алгоритм фіксує мережу в певний момент часу і не здатний відтворити динаміку «зараження»: швидкість дифузії, черговість активацій чи момент досягнення критичної маси, необхідної для фазового переходу. По-друге, відсутній механізм індивідуальних порогів сприйняття θi, який у реальних соціальних процесах визначає когнітивну стійкість користувача до інформаційного впливу. По-третє, передача «авторитету» чи «хаб-ваги» відбувається детерміновано та лінійно, без урахування стохастичної природи соціальних взаємодій, варіативності сили впливу окремих повідомлень, а також ефектів насичення чи імунітету, що виникають після попереднього контакту з контентом.

На противагу структурному ранжуванню HITS, запропонована модель описує не топологічну роль вузла, а ймовірність його переходу в активний стан під впливом випадкових факторів. Вона враховує часову еволюцію інтенсивності зв'язків $\lambda(t)$, когнітивні бар'єри θ_i, а також нелінійність каскадних процесів через аналітичну оцінку ймовірності активації (15). Це дозволяє прогнозувати критичні точки фазового переходу, коли система змінює режим від локального поширення до глобального інформаційного вибуху, тоді як HITS залишається інструментом статичної класифікації вузлів за їхньою структурною функцією. Інтеграція цього порівняння підкреслює необхідність переходу від метрик топологічної центральності до динамічних стохастичних підходів, здатних відображати реальну епідеміологію інформаційних впливів у соціальних медіа.

Обмеження статичних моделей

Для задачі прогнозування поширення мем-вірусів критичним є врахування часової еволюції стану мережі. Вибір алгоритмів PageRank та HITS як об'єктів порівняльного аналізу зумовлений кількома фундаментальними причинами. По-перше, ці алгоритми є загально визнаними інструментами мережевого аналізу, що стали дефакто стандартом для оцінки впливовості вузлів у соціальних мережах. По-друге, обидва підходи базуються на рекурсивному механізмі передачі «ваги» або «авторитету», що створює ілюзію придатності для моделювання соціального впливу. По-

третє, їхня математична зрілість та обчислювальна ефективність роблять їх привабливими для практичного застосування, проте саме ця зрілість маскує фундаментальні онтологічні обмеження при моделюванні динамічних процесів.

PageRank та HITS, незважаючи на їхню концептуальну відмінність (універсальна центральність проти подвійної структурної ролі), мають спільну фундаментальну ваду: вони описують статичний стан системи, тоді як поширення мем-вірусів є динамічним часовим процесом. Це протиріччя між статичною топологічною метрикою та динамікою інформаційного зараження визначає межі застосування класичних алгоритмів ранжування у сфері інформаційної безпеки.

Як випливає з таблиці, фундаментальні обмеження PageRank та HITS зумовлені їхньою статичною природою, тоді як ймовірнісна порогова модель забезпечує необхідний інструментарій для аналізу динаміки інформаційних каскадів. Цю таблицю розроблено авторами на основі аналізу [5, 6, 10] та запропонованої моделі.

Порівняльний аналіз статичних алгоритмів ранжування та ймовірнісної порогової моделі

Критерій порівняння	**PageRank**	**HITS**	**Ймовірнісна порогова модель**	**Наслідки для моделювання мем-вірусів**
Онтологічний статус	Статична міра центральності як властивість топології графа	Подвійна структурна роль (хаб/автор) у фіксованому підграфі	Динаміка фазового переходу системи від локального поширення до глобального каскаду	Статичні метрики не здатні відображати часову еволюцію процесу
Часова залежність	Відсутня: розв'язок описує сталий стан Марківського ланцюга	Відсутня: ітерації збігаються до власних векторів	Явна: ймовірність активації $P_i(t)$ еволюціонує у часі через $\lambda(t)$	Неможливо прогнозувати момент піку популярності чи швидкість дифузії
Пороговий механізм	Відсутній: вершина отримує ранг незалежно від кількості сусідів	Відсутній: передача ваги відбувається детерміновано	Наявний: когнітивний бар'єр θ_i визначає сприйнятливість до інформації	Не враховується індивідуальна стійкість до маніпулятивного впливу
Характер впливу	Лінійний: внесок сусіда пропорційний $\frac{PR_j}{L_j}$	Лінійний: рекурсивне оновлення $a_k = A^T h_{k-1}$	Нелінійний: залежить від інтенсивності $\lambda(t)$ та порогів	Не відображається контекст сприйняття
Зворотний зв'язок	Відсутній: стан вершини не впливає на її подальшу сприйнятливість	Відсутній: ролі хаб/авторитет фіксовані структурою	Наявний: активація змінює ймовірність подальших переходів (імунітет/ підготовленість)	Неможливо моделювати ефекти когнітивного насичення
Стохастичність	Детермінований алгоритм: фіксований розподіл рангів	Детермінований алгоритм: фіксовані власні вектори	Ймовірнісна природа: пуасонівський розподіл активних сусідів, нормальне наближення	Не враховується варіативність реальних взаємодій
Фазові переходи	Не моделюються: відсутній механізм критичних точок	Не моделюються: описує лише структурні ролі	Явно описуються: аналіз $\partial P_i/\partial\lambda$виявляє точки перемикання	Неможливо ідентифікувати моменти втрати стійкості системи

Критерій порівняння	**PageRank**	**HITS**	**Ймовірнісна порогова модель**	**Наслідки для моделювання мем-вірусів**
Локальні ефекти	Глобальне ранжування: ігнорування кластерної структури	Тематичний підграф: часткове врахування локальності	Врахування локальних взаємодій: активація залежить від сусіднього оточення	Не виявляються зони ризику та вірусні спільноти
Практичне застосування	Ранжування статичного контенту, ідентифікація хабів	Виявлення авторитетів та хабів у тематичних спільнотах	Прогнозування каскадів, оцінка ефективності, виявлення критичних точок	PageRank та HITS придатні лише для попереднього аналізу топології
Математичний апарат	Теорема Перрона-Фробеніуса, власні вектори стохастичних матриць	Власні вектори матриць A^TA та AA^T	Складений розподіл Пуассона, нормальне наближення, перетворення Лапласа	Динамічні моделі потребують складнішого, але більш адекватного інструментарію

Обидва класичні алгоритми ігнорують часову еволюцію, не мають механізму індивідуальних порогів сприйняття та описують детерміновані процеси, що суперечить стохастичній природі реальних соціальних взаємодій.

Особливо критичним є те, що ні PageRank, ні HITS не здатні моделювати фазові переходи — моменти, коли система різко змінює свій стан від локального поширення до глобального інформаційного вибуху. Саме ця нездатність робить їх непридатними для прогнозування критичних точок каскадного поширення дезінформації, що є ключовим завданням у сфері інформаційної безпеки.

Крім того, статичні моделі ігнорують локальні ефекти та кластерну структуру. Вірусність часто виникає у невеликих спільнотах, які здатні лавиноподібно поширити контент, проте PageRank та HITS не дозволяють прогнозувати момент піку популярності, що є критично важливим для аналізу інформаційних кампаній.

Саме тому для задач прогнозування каскадів необхідно використовувати динамічні ймовірнісні моделі. Запропонована ймовірнісна порогова модель, на відміну від статичного ранжування, здатна враховувати когнітивні бар'єри, нелінійність впливів, стохастичність соціальних взаємодій та динаміку зворотних ефектів, що робить її більш адекватним інструментом для прогнозування критичних точок каскадного поширення дезінформації та оцінки стійкості соціальних систем. Тому запропонована модель має не лише теоретичне значення, але й практичну цінність для аналізу інформаційної безпеки, прогнозування ризиків та розробки стратегій протидії дезінформаційним кампаніям.

Особливу увагу слід приділити інтеграції запропонованого підходу з системами цифрових двійників законодавства для прогнозування впливу мем-вірусів на прийняття політичних рішень та формування нормативно-правової бази.

Висновки

У статті запропоновано ймовірнісну порогову модель впливів у соціальних мережах, яка долає обмеження класичних детермінованих підходів завдяки врахуванню стохастичної природи соціальних взаємодій. Модель базується на припущен-

ні про пуасонівський розподіл кількості активних сусідів та рівномірний розподіл інтенсивності впливу окремого сусіда, що створює підґрунтя для застосування нормального наближення при обчисленні ймовірності активації вузла. Такий підхід дозволяє формалізувати процеси поширення інформації у мережах як випадкові, багатофакторні явища, що відображають реальну складність соціальної динаміки.

Проведений порівняльний аналіз із класичними алгоритмами структурного ранжування — PageRank та HITS — виявив їхні фундаментальні онтологічні обмеження для задач прогнозування інформаційних каскадів. Як показано у таблиці, обидва алгоритми описують статичний стан системи: PageRank визначає універсальну міру центральності через сталий стан Марківського ланцюга, тоді як HITS фіксує подвійну структурну роль (хаб/авторитет) через власні вектори матриць суміжності. Жоден із цих підходів не здатний врахувати часову еволюцію процесу, індивідуальні когнітивні пороги θ_i, стохастичність соціальних взаємодій чи механізми зворотного зв'язку (імунітет, насичення). Особливо критичною є нездатність статичних моделей описувати фазові переходи — моменти, коли система різко змінює стан від локального поширення до глобального інформаційного каскаду.

На противагу цьому, запропонована ймовірнісна порогова модель описує динаміку фазового переходу системи через часову еволюцію ймовірності активації $P_i(t)$, яка залежить від інтенсивності зв'язків $\lambda(t)$, розподілу порогів θ_i та нелінійності каскадного посилення. Це дозволяє не лише констатувати структурну важливість вузла, а й прогнозувати критичні точки «перемикання», де навіть мінімальна зміна інтенсивності впливу призводить до якісної зміни режиму функціонування мережі.

Практична значущість моделі проявляється у кількох взаємопов'язаних площинах. Вона забезпечує кількісну формалізацію механізму «Вікна Овертона», де поступове зниження порогів θ_i у різних соціальних групах — від радикалів до консерваторів — моделюється як зміна параметрів розподілу $f(\theta)$. Це відкриває можливість не лише описувати, а й прогнозувати ефективність інформаційно-психологічних операцій у цифровому середовищі. Додатково аналіз похідної $\partial P_i/\partial\lambda$ дозволяє ідентифікувати критичні «точки-перемикачі», де навіть мінімальна зміна інтенсивності впливу призводить до фазового переходу системи. Такий інструментарій є надзвичайно важливим для розробки стратегій запобігання каскадному поширенню дезінформації та маніпулятивних наративів.

Модель також надає засоби для оцінки ефективності контрзаходів. Підвищення рівня критичного мислення населення формалізується як зростання математичного сподівання $E[\theta_i]$, що безпосередньо знижує ймовірність активації вузлів і, відповідно, зменшує ризик неконтрольованого поширення інформаційних впливів. У цьому контексті модель може бути використана для кількісної оцінки освітніх програм, кампаній з медіаграмотності та інших соціальних інтервенцій, спрямованих на підвищення стійкості суспільства до інформаційних загроз.

Таким чином, запропонована ймовірнісна порогова модель не лише розширює теоретичні можливості аналізу соціальних мереж, але й формує практичний інструментарій для інформаційної безпеки, стратегічних комунікацій та протидії дезінформації. Її застосування дозволяє поєднати математичну точність із соціально-політичними завданнями, створюючи основу для міждисциплінарних досліджень у сфері кібербезпеки та когнітивної стійкості суспільства. Перехід від метрик статичної топологічної центральності (PageRank, HITS) до динамічних стохастичних підходів

відкриває нові можливості для прогнозування, моніторингу та нейтралізації інформаційних загроз у реальному часі.

1. Baspehlivan U. Theorising the memescape: The spatial politics of internet memes. *Review of International Studies*. 2024. **50**(1). P. 35–57. DOI: 10.1017/S0260210523000049.

2. Diengdo B.N.D. Memes and Social Media Affects. Visual Cultures in India: Contesting the Site of Sights. 2024. P. 179.

3. Liu Y., Zhang P., Shi L., and Gong J. A survey of information dissemination models, datasets, and insight. *Mathematics*. 2023. **11**(17). P. 3707. DOI: 10.3390/math11173707.

4. Granovetter M. Threshold models of collective behavior. *American journal of sociology*. 1978. **83**(6). P. 1420–1443. DOI: 10.1086/226707

5. Gleich D.F. PageRank beyond the web. *SIAM Review*. 2015. **57**(3). P. 321–363. DOI: 10.1137/140976649.

6. Ding J., Li Z., Wu X., Liu R., and Hu H. Information Dissemination Model Based on Social Networks Characteristics. *Mathematics*. 2025. **13**(8).P. 1254. DOI: 10.3390/math13081254.

7. Rogers E.M., Singhal A., and Quinlan M.M. Diffusion of innovations. In An integrated approach to communication theory and research. 2014. P. 432–448.

8. William Feller W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications. Vol. 1, 3rd Edition. New York: John Wiley & Sons, 1991. 528 p.

9. Jonson N.L., Leone F.C. Statistics and Experimental Design in Engineering and Physical Sciences. Vol. 1. 2-edition. New York: John Wiley & Sons, 1977. 510 p.

10. Kleinberg J.M. Authoritative sources in a hyperlinked environment. *Journal of the ACM*. 1999. **46**(5). P. 604-632. DOI: 10.1145/324133.32414.

Надійшла до редакції 25.04.2026
Прийнята до друку 19.05.2026
Опублікована 17.06.2026