DOI: 10.35681/1560-9189.2022.24.1.262745

УДК 004.94

О. В. Свинчук¹, А. М. Євтушенко¹, Г. С. Пуха², Т. В. Пироговська¹ ¹Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» Проспект Перемоги, 37, 03056 Київ, Україна ²Особливе конструкторське бюро «Шторм» Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» Проспект Перемоги, 37, 03056 Київ, Україна

Комп'ютерне моделювання розповсюдження гідроакустичного сигналу променевим методом

Моделювання звукових променів є важливим завданням у підводній акустиці, адже вирішення цього питання допомагає розв'язати чимало практичних задач сучасних гідроакустичних систем шляхом збільшення інформативності характеристик розповсюдження сигналів як для військових, так і для цивільних дослідницьких робіт країн, що знаходяться біля морів і океанів. Сьогодні вже існує дуже багато різних математичних моделей, які представляють собою різні підходи. У статті наведено опис ряду моделей, що засновані на класичній теорії променів. Вона є простою в реалізації і базується на розв'язанні простих диференціальних рівнянь, які дають необхідну інформацію про траєкторію руху променів при будь-якому їхньому напрямку та розміщенню джерела випромінювання. Проведено порівняння даних моделей розповсюдження гідроакустичних сигналів у морському середовищі з метою оцінки їхніх переваг і недоліків для подальшого створення нових програмних інструментальних засобів аналізу та дослідження гідроакустичних сигналів у багатошаровому морському середовищі.

Ключові слова: гідроакустичний сигнал, променева теорія, трасування променів.

Вступ

Зацікавленість у дослідженнях гідроакустичних сигналів у морському середовищі зародилась у 20 столітті, та на сьогоднішній день актуальність таких досліджень зростає завдяки можливості використання потужної обчислювальної техніки. Останнім часом збільшилася кількість практичних досліджень у сфері гідро-

[©] О. В. Свинчук, А. М. Євтушенко, Г. С. Пуха, Т. В. Пироговська

акустики щодо виявлення підводних об'єктів і розповсюдження гідроакустичних сигналів, які знаходять своє застосування в морській навігації, океанологічних дослідженнях тощо. Особливістю розповсюдження гідроакустичних сигналів є їхнє мале згасання, відповідно, поширення сигналів на більші відстані, ніж у повітрі.

Важливим аспектом при моделюванні розповсюдження сигналів є визначення математичних співвідношень між різними характеристиками об'єктів і корисними сигналами. Довгий час багато розроблених методів не могли втілити в реальність, тому що їхній реалізації заважав складний математичний апарат. У 1960-х роках був реалізований променевий метод для розрахунку акустичних полів у підводній акустиці, який протягом довгого часу залишався одним із найпростіших [1]. Він базується на розв'язанні простих диференціальних рівнянь, які дають необхідну інформацію про траєкторію руху променів при будь-якому їхньому напрямку та розміщенню джерела випромінювання. З розвитком інформаційних технологій променева теорія розширювалася — почали враховувати батиметрію моря, розподіл температури та солоності залежно від сезону. На сьогодні найбільш відомими моделями трасування променів із використанням променевої теорії є моделі Bellhop та Traceo [2–10], які обчислюють звукове поле в горизонтальному неоднорідному водному середовищі методом відстеження гаусового променя. Розробка нових програмних продуктів на основі раніше розробленої променевої теорії і вдосконалення існуючих програмних продуктів дасть змогу точніше оцінювати різноманітні параметри стану морського середовища та розв'язувати більш складні задачі трасування променів.

Дану статтю присвячено дослідженню та порівнянню різних моделей розповсюдження гідроакустичних сигналів у морському середовищі на основі променевої теорії з метою оцінки їхніх недоліків і переваг для подальшого створення програмних інструментальних засобів аналізу та дослідження гідроакустичних сигналів у багатошаровому морському середовищі.

Математичні моделі розповсюдження сигналів у морському середовищі

Для опису розповсюдження сигналів у морському середовищі використовується хвильове рівняння гіперболічного типу:

$$\Delta p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \qquad (1)$$

де p(x, y, z) — акустичний тиск; c(x, y, z) — швидкість звуку; Δ — оператор Лапласа, який характеризує різницю між концентрацією деякої величини в будьякій точці та навколо неї [11].

Для знаходження розв'язку даного хвильового рівняння використовують різні чисельні та геометричні методи. Опишемо декілька моделей трасування променів у плоскому хвилеводі, які засновано на різних підходах, і проведемо аналіз точності побудованих траєкторій звукових променів.

Модель Тгасео. Це статична модель розповсюдження сигналів є відомою моделлю поширення звукових променів в області підводної акустики. Дана мо-

ISSN 1560-9189 Реєстрація, зберігання і обробка даних, 2022, Т. 24, № 1

дель має абсолютні переваги в обчислювальній ефективності у високочастотних і складних середовищах [12].

Модель базується на розв'язуванні рівняння Гельмгольця:

$$\Delta p + \left(\frac{w}{c}\right)^2 p = 0, \qquad (2)$$

яке отримуються з хвильового рівняння шляхом підстановки звукового тиску $p(x, y, z, t) = p(x, y, z) \cdot e^{-iwt}$.

Нехай розв'язком рівняння Гельмгольця є функція $P(w) = Ae^{-iw\tau}$, де A — амплітуда хвилі, яка повільно змінюється; $w\tau$ — фаза, яка швидко змінюється. Підставляючи її у рівняння Гельмгольця та враховуючи високочастотне наближення $\frac{\nabla^2 A}{A} \ll k^2$, отримуємо рівняння Ейконала, яке і визначає геометрію звукового променя

$$\left(\nabla\tau\right)^2 = \frac{1}{c^2} \tag{3}$$

та транспортне рівняння, яке відображає передачу амплітуди звукової хвилі:

$$2(\nabla A \cdot \nabla \tau) + A \nabla^2 \tau = 0.$$
⁽⁴⁾

Для зручності траєкторію променів ми будуємо в циліндричній системі координат за допомогою системи

$$\begin{cases} \frac{dr}{ds} = c(s)\sigma_r(s), & \frac{dz}{ds} = c(s)\sigma_r(s), \\ \frac{d\sigma_r}{ds} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial c}{\partial r}, & \frac{d\sigma_z}{ds} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial c}{\partial r}, \end{cases}$$
(5)

де параметри r(s), z(s) являються горизонтальною та вертикальною складовими вектора сповільненості звуку $\sigma(s) = [\sigma_r(s), \sigma_z(s)]$, де $\sigma = \frac{1}{c}$ з початковими умовами:

$$\begin{cases} r(0) = r_0, & z(0) = z_0, \\ \sigma_r(0) = \frac{\cos \theta(0)}{c(0)}, & \sigma_z(0) = \frac{\sin \theta(0)}{c(0)}, \end{cases}$$
(6)

де $[r_0, z_0]$ — положення джерела випромінювання звуку; $\theta(0)$ — початковий кут запуску променя; c(0) — швидкість звуку в положенні джерела.

Реалізація рівняння Ейконала в моделі Тгасео проводилася за допомогою чисельного методу Рунге-Кутта-Фельберга (RKF45). Для цього система (5) була

 $\frac{dy}{ds} =$

переписана у

$$f$$
, де $y = [n]$

$$y = [r, z, \sigma_r, \sigma_z],$$

$$f = \left[\frac{\sigma_r}{\sigma}, \frac{\sigma_z}{\sigma}, \frac{\partial \sigma}{\partial r}, \frac{\partial \sigma}{\partial z}\right].$$

На кожній ітерації метод Рунге-Кутта проходить набір проміжних кроків, після чого програмою надається два різних рішення. Якщо рішення відрізняються від заданого порогового значення, то крок променя *ds* зменшується вдвічі. Якщо послідовні порівняння розв'язків не збігаються, то програма перериває обчислення.

вигляді

Альтернативним рішенням моделювання звукових променів є геометрична гідроакустика, яка досліджує розповсюдження хвиль відповідно до основних принципів [13]:

— заломлення променів при зміні швидкості звуку за законом Снеліуса;

віддзеркалення на межі поділу середовища;

— утрати інтенсивності вздовж променів унаслідок геометричного відхилення, поглинання вздовж траєкторії і відбиття на межах водних шарів;

— результуючий сигнал у точці приймача, отриманий підсумовуванням вкладів різних променів з відповідними частотами та фазами.

Це узагальнення базової моделі побудови траєкторії руху променів, яка враховує рефракцію щодо профілю швидкості звуку. Для лінійного профілю отримується дуже проста форма траєкторії заломлених променів. Узагальнення до складніших профілів швидкості звуку можливо виконати шляхом апроксимації профілю швидкості звуку елементарними шарами з постійними градієнтами. Розглянемо моделі, що засновані на різних геометричних підходах.

Геометрична модель. Для побудови траскторії звукових променів у водному середовищі за даною моделлю потрібно мати дані про початкові значення швидкості звуку та кути випромінювання в кожному з виділених водних прошарків. Водне середовище розбивається на водні прошарки по 10 м паралельними горизонтальними лініями, де для *i*-го прошарку верхня межа позначається *i*, а нижня межа — *i*+1, *i*=0,1,2,... Вхідними даними є профіль швидкості звуку, який задається набором швидкостей *c_i* на глибині 10*i*. Для кожного *i*-го водного

прошарку градієнт швидкості звуку обчислюється за формулою: $k_i = \frac{c_{i+1} - c_i}{10}$.

Розглянемо водний шар, у якому швидкість звук лінійно залежить від глибини, причому з глибиною швидкість зростає. Якщо швидкість звуку за глибиною змінюється лінійно, то частина променя в даному водному прошарку має форму дуги кола з радіусом

$$R = \frac{c_0}{k \cdot \sin \theta},\tag{7}$$

де *c*₀ — початкова швидкість звуку (м/с); *k* — коефіцієнт зміни швидкості звуку за глибиною (с⁻¹); θ — початковий кут випромінювання (рад).

Якщо промінь напрямлений вгору, то ордината центра кола обчислюється як

$$y_{up_i} = \frac{c_{i+1}}{k_i}$$
, а якщо вниз — як $y_{down_i} = \frac{c_i}{k_i}$.

Для розрахунку траєкторії променю використовуються додаткові параметри:

1) початковий кут θ — кут між дотичною до променя та вертикальною віссю, задає напрям променя в прошарку;

2) кінцевий кут φ — кут між дотичною до променя і вертикальною віссю, задає напрям променя в кінці прошарку;

3) кути α і β — початковий і кінцевий кути дуги кола.

Розглянемо різні форми траєкторії променя у водному прошарку. Можна виділити два основних випадки — коли промінь рухається вгору або вниз.

Випадок 1. Якщо промінь рухається вверх, то радіус кола для частини дуги обчислюється за формулою

$$R = \left| \frac{y_{up_i}}{\sin \theta} \right|,\tag{8}$$

а центр кола знаходиться в точці з координатами:

$$\begin{cases} x_{i} = -\frac{c_{i+1}}{k_{i} \cdot tg\theta}, \\ y_{i} = y_{up_{i}} - 10(i+1). \end{cases}$$
(9)

Для різних випадків значення кутів α , β , ϕ , довжини дуги кола *l* та проекція дуги кола даного променя на вісь абсцис Δx будуть різними (табл. 1).



Таблиця 1. Форми траєкторії променя, якщо він рухається вверх



Випадок 2. Якщо промінь рухається вниз, то радіус кола для частини дуги обчислюється за формулою

ISSN 1560-9189 Ресстрація, зберігання і обробка даних, 2022, Т. 24, № 1

$$R = \frac{y_{down_i}}{\sin\theta},\tag{10}$$

а центр кола знаходиться в точці з координатами:

$$\begin{cases} x_i = -\frac{c_i}{k_i \cdot tg\theta}, \\ y_i = y_{down_i} - 10i. \end{cases}$$
(11)

Для різних випадків значення кутів α, β, ϕ , довжини дуги кола l та проекція дуги кола даного променя на вісь абсцис Δx також змінюються (табл. 2).









Оскільки водне середовище складається з багатьох водних шарів, то дуги кіл, які побудовані для кожного шару окремо, ми сполучаємо, і в результаті отримується траєкторія руху променя від джерела випромінювання.

Багатошарова лінійна модель. Дана модель побудована на відомому законі Снеліуса, який описує рефракцію акустичних променів в середовищі зі змінною швидкістю звука [14]. Закон стверджує, що у водному середовищі, яке складається із прошарків з постійними значеннями швидкості звуку, кути падіння та заломлення променів на межах прошарків пов'язані зі значеннями швидкості звуку в цих прошарках наступним відношенням:

$$\frac{\sin\theta_1}{c_1} = \frac{\sin\theta_2}{c_2},\tag{12}$$

де c₁, c₂ — швидкості звуку для першого та другого водних прошарків; θ_1, θ_2 кути падіння та заломлення відповідно, визначається напрям звукового променя, який падає на плоску межу між двома середовищами (рис. 9).



Рис. 9. Заломлення звукового променя

Формула (12) є основною при проведенні розрахунків і побудові траєкторії променів у даній моделі. Вона дозволяє змоделювати траєкторію променя, який послідовно проходить всі водні прошарки. Профіль швидкості звуку задається з дуже малим кроком за глибиною (рис. 10), відповідно на кожному кроці швидкість звуку є незмінною величиною: $dh = h_{i+1} - h_i$, i = 0, 1, 2, ...



Рис. 10. Профіль швидкості звуку

Опишемо рух променя. Нехай він починає рухатися з точки (x, y) та початковим кутом θ₁ (рис. 11). Якщо промінь рухається вгору, то наступною буде точка $(x+dh \cdot tg\theta_1, y+dh)$, а якщо вниз, то буде точка $(x+dh \cdot tg\theta_1, y-dh)$. При переході з одного водного прошарку в інший, кут θ_2 знаходиться за формулою:

$$\theta_2 = \arcsin \frac{c_2 \cdot \sin \theta_1}{c_1}.$$
 (13)

Оскільки водне середовище ділиться на дуже малі по висоті прошарки і для визначення напряму траєкторії променю потрібно знайти лише кути падіння, відбиття та заломлення, то дана модель буде найбільш простою в реалізації і найбільш точною по відношенню до попередніх.



Рис. 11. Траєкторія руху променя

Порівняння моделей

Для того, щоб порівняти дані моделі та визначити точність кожної із них, було створено програмний продукт для моделювання розповсюдження гідроакустичних сигналів у морському середовищі на основі променевої теорії з метою оцінки їхніх недоліків і переваг для подальшого створення програмних інструментальних засобів аналізу та дослідження гідроакустичних сигналів у багатошаровому морському середовищі.

Засобами програмного середовища Microsoft Visual Studio 2019 на платформі .NET Framework 4.6.1 мовою програмування С# розроблено рішення, яке складається з головної програми та трьох бібліотек класів, відповідно кожна з яких реалізовує набір методів для побудови траєкторії променя за алгоритмом з моделі Тraceo, геометричної моделі та багатошарової лінійної моделі (рис. 12).



Рис. 12. Програма для моделювання променів

Для моделювання розповсюдження гідроакустичних сигналів у морському середовищі в програму було записано 12 профілів швидкості звуку для кожного сезону року та різних морів: мілке (80 м), середнє (300 м), глибоке (1500 м). Дже-

ISSN 1560-9189 Реєстрація, зберігання і обробка даних, 2022, Т. 24, № 1

рело випромінювання звуку може знаходитися на різних глибинах: мілке море — 10 м, 30 м, 40 м, 50 м, 70 м; середнє море — 10 м , 80 м, 150 м, 240 м, 290 м; глибоке море — 10 м, 400 м, 750 м, 1150 м, 1490 м. Відстань, яку проходять промені при моделюванні, становить 10 000 м.

Для оцінки похибки моделей було проведено порівняння траєкторії променів у точках 1 км, 5 км, 10 км для всіх кутів від 1° до 89° з кроком у 1°. Для геометричної моделі та моделі Тгасео крок по глибині складає 10 м, а для лінійної моделі з метою отримання більш точних даних крок зменшується відповідно: 1°–5° — 1 м; 6°–60° — 1 см; 61°–89° — 1 мм.

З головної програми здійснюється виклик розрахункових методів з кожної бібліотеки класів і вимірюється час, який витрачено на розрахунок побудови траєкторії променя. Коли точки траєкторії розраховані, то вони записуються в текстовий файл. Ці файли необхідні для того, щоб як можна точніше визначити глибину точки траєкторії променя на відстанях 1 км, 5 км і 10 км. Для знаходження абсолютної похибки у даних файлах вибираються значення глибин точок траєкторії променя з мінімальним відхиленням за відстанню від 1 км, 5 км і 10 км і формуються нові файли для всіх моделей з відповідними значеннями. У такий спосіб реалізовано автоматичний пошук точок траєкторії променя та обчислення похибки, що дає більш точний результат порівняно з пошуком точок за графіками траєкторій променів.

Порівняння часу побудови траєкторії променів для різних моделей

При побудові променів для всіх початкових гострих кутів можна побачити, що форма траєкторії променів може бути щільною (рис. 13,a) або не дуже (рис. 13, δ), тому і час для їхньої побудови буде неоднаковим.



Рис. 13. Форма траєкторії променів для різних початкових кутів: a) кут 2°; б) 50°

Проаналізувавши швидкість побудови траєкторії променів для різних морів і сезонів (рис. 14), було виявлено, що лінійна модель і модель Тraceo витрачають більше часу, ніж геометрична модель, яка будує всі траєкторії менше за 1 мс.

Отже, порівнявши всі три моделі, можна зробити висновок, що лінійна модель і модель Тгасео не є оптимальними у зв'язку зі значним збільшенням часу побудови траєкторії променя при заданих початкових кутах. Найшвидшою моделлю виявилася геометрична. Тому для того, щоб її можна було обрати в подальшій реалізації, було прийнято рішення порівняти точність побудови шляху променів геометричної моделі з лінійною та Traceo.



Час побудови траєкторії променів

Рис. 14. Порівняння часу побудови траєкторії променів

Порівняння траєкторії променів для різних моделей

Побудувавши в програмі різні траєкторії променів на одному графіку для різних профілів, було виявлено, що деякі траєкторії, побудовані з однаковими початковими кутами, зі збільшенням відстані розходяться, причому похибка накопичується.

Під час реалізації моделей Тгасео та геометричної виникають інструментальні похибки:

— для моделі Traceo похибка полягає в застосуванні чисельного методу Рунге-Кутта для розв'язання рівняння Ейконала, що і призводить до отримання тільки наближеного розв'язку;

— для геометричної моделі похибка полягає в обчисленні початкового та кінцевого кутів дуги кола — якщо радіус кривизни променя значно перевищує глибину водного середовища, то виникає похибка під час обчислення кутів перетину траєкторії променя з межами водного прошарку.

Оскільки дані моделі мають похибки, що виникли під час реалізації, то оцінка похибок проводилася відносно багатошарової лінійної моделі, яка є найбільш точною.

Порівняння лінійної і геометричної моделей

На рис. 15 представлені графіки похибок для різних сезонів і морів на відстані 1 км, 5 км, 10 км від початку запуску променя.

Для всіх морів похибка перевищує значення 1 м для кутів 1°–5°, а для мілкого моря ще й для 75° –89°. Для глибокого моря вона є значною лише для малих кутів, а для всіх інших — менша 1 м. Для кутів 1°–5° похибка на всій траєкторії руху променя перевищує 1 м і може досягати 200 м на відстані 10 км. У ближній зоні для кутів 30°–75° похибка незначна, але можуть зустрічаються скачки, що не перевищують 20 м для мілкого моря та 10 м для середнього моря. Найбільша похибка для кутів 1°–5° пов'язана з вибором достатньо великого кроку в 1 м порівняно з іншими кутами. Якщо зробити крок меншим, то виникне проблема з побудовою променя на відстань 10 км, через величезну кількість точок траєкторії, яка утворюється внаслідок багаторазового відбиття променя від границь хвилеводу.



Рис. 15. Похибки між геометричною та лінійною моделями

Порівняння лінійної моделі та Тгасео

На рис. 16 представлені графіки похибок для різних сезонів і морів на відстані 1 км, 5 км, 10 км від початку запуску променя.

Для мілкого моря похибка перевищує значення 1 м для кутів 1°–73° на всьому шляху, для середнього моря — 1°–30°, а для глибокого моря вона є значною лише для малих кутів 1°–20°. Для великих початкових кутів похибка невелика для всіх морів. Максимальні відхилення в траєкторії зустрічаються для кутів 1°–10°. У ближній зоні похибка значно перевищує похибку для дальньої зони, причому в середньому морі її величина є найбільшою. У мілкому морі для більше половини початкових кутів траєкторії променів розбігаються.

Додатково було проведено порівняння траєкторій променів за трьома моделями в точках 1 км, 5 км, 10 км. Було виявлено, що графіки для геометричної моделі найменше відрізняються від графіків лінійного методу.

Отже, провівши порівняння всіх трьох моделей між собою, можна зробити висновок, що геометрична модель є точнішою порівняно з моделлю Traceo відносно лінійної моделі. Комп'ютерне моделювання розповсюдження гідроакустичного сигналу променевим методом



Рис. 16. Похибки між лінійною моделлю та Traceo

Висновки

Стрімкий розвиток інформаційних технологій дозволяє проводити дослідження з моніторингу водних мас і дна Світового океану, досліджувати морські об'єкти, а також передавати інформацію гідроакустичним каналом. Розробка нових програмних продуктів на основі відомих теорій дасть змогу науковцям точніше оцінювати різноманітні параметри стану морського середовища. У статті описано різні моделі розповсюдження звукових сигналів у водному середовищі на основі променевої теорії — Тгасео, геометрична, лінійна. Серед даних моделей найбільш простою в реалізації і найбільш точною є лінійна модель, проте вона не є оптимальною у зв'язку зі значним збільшенням часу побудови траєкторії променя. Висока достовірність моделювання розповсюдження гідроакустичних сигналів лінійної моделі дозволила порівняти точність побудови траєкторії променів іншими запропонованими моделями. Дослідження проводилося для 12 профілів швидкості звуку по кожному сезону року для різних типів морів з відстанню проходження променів 10 км. Аналізувалися координати променів у точках 1 км, 5 км, 10 км. Було виявлено, що найменша похибка між трьома методами зустрічається в дальній зоні. Для різних морів похибка є значною для більшості малих початкових кутів, оскільки форма траєкторії променів дуже щільна, і присутнє багаторазове відбиття від меж хвилеводу. Для великих кутів її величина невелика, оскільки немає багаторазового відбиття променів від поверхні та дна моря, тому задання меж середовища не має впливу на кінцевий результат. Порівнюючи лі-

ISSN 1560-9189 Реєстрація, зберігання і обробка даних, 2022, Т. 24, № 1

нійну модель з геометричною та Traceo, було виявлено, що для геометричної моделі похибка при побудові менша, ніж для Traceo. Тому геометрична модель була обрана для подальшої реалізації у комп'ютерному моделюванні гідроакустичних променів у багатошаровому морському середовищі.

1. Сташкевич А.П. Акустика моря. Лениград: Судостроение, 1966. 354 с.

2. Cerveny V., Psencik I. Ray amplitudes of seismic body waves in laterally inhomogeneous media. *Geophysical Journal International*. 1979. Vol. 57, No. 1. P. 91–106.

3. Popov M.M. Ray theory and Gaussian beam method for geophysicists. Salvador: EDUFBA, 2002. 172 p.

4. Hovem J.M. Marine Acoustics: The Physics of Sound in Underwater Environments. Peninsula Publishing, Los Altos, California, USA, 2010. 656 p.

5. Porter M.B. The Bellhop manual and users guide: preliminary draft. 2011. 57 p. URL: http://oalib.hlsresearch.com/Rays/HLS2010-1.pdf (Last accessed: 03.06.2022)

6. Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B., Schmidt H. Computational Ocean Acoustics. Springer Science & Business Media, New York, 2th ed., 2011. 794 p.

7. Rodriguez O.C., Collis J.M., Simpson H. J., Schneiderwind E. J., Felisberto P. Seismo-acoustic ray model benchmarking against experimental tank data. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2012. Vol. 132, No. 2. P. 709–717.

8. Jiang R., Cao S., Xue C., Tang L. Modeling and analyzing of underwater acoustic channels with curvilinear boundaries in Shallow Ocean. *IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC)*, Oct 2017. P. 1–6.

9. Yildiz H.U., Gungor V.C., Tavli B. Packet size optimization for lifetime maximization in underwater acoustic sensor networks. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. 2019. Vol. 15, No. 2. P. 719–729.

10. Zhao R., Long H., Dobre O.A., Shen X., Ngatched T.M.N., Mei H. Time reversal based MAC for multi-hop underwater acoustic networks. *IEEE Systems Journal*. 2019. Vol. 13, No. 3. P. 2531–2542.

11. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. Ленинград: Гидрометеоиздат, 2007. 370 с.

12. Rodriguez O.C. The Traceo ray tracing program. 2011. 69 p. URL: https://www.siplab.fct. ualg.pt/ models/traceo/manual.pdf (Last accessed: 03.06.2022).

13. Грінченко В.Т., Вовк І.В., Маципура В.Т. Хвильові задачі акустики: монографія. Київ: Інтерсервіс, 2013. 572 с.

14. Урик Р.Д. Основы гидроакустики. Лениград: Судностроение, 1978. 451 с.

Надійшла до редакції 20.04.2022