

УДК 519.816

**П. Д. Роїк**

Інститут проблем реєстрації інформації НАН України  
вул. М. Шпака, 2, 03113 Київ, Україна

## **Визначення індексу узгодженості оцінок експертів з урахуванням їхньої компетентності при підтримці прийняття групових рішень**

*Розглянуто задачу визначення рівня узгодженості оцінок при груповій експертизі з урахуванням компетентності експертів. Вбачається, що така розробка відповідного методу має виходити із низки сформульованих базових постулатів. Розглянуто два підходи: коли врахування компетентності експертів зводиться до випадку визначення індексу узгодженості без урахування компетентності експертів, і коли індекс запропоновано обчислювати як нормоване значення суми відстаней між оцінками експертів для усіх можливих пар оцінок, помножених на добуток ваг відповідних експертів. Проведено імітаційне моделювання та запропоновано визначення порогового значення узгодженості, вище якого стає допустимою агрегація експертних оцінок. Запропонований метод було практично реалізовано і апробовано в рамках системи розподіленого збору і обробки експертної інформації для систем підтримки прийняття рішень.*

**Ключові слова:** підтримка прийняття групових рішень, експертне оцінювання, індекс узгодженості експертних оцінок, спектральний підхід, поріг узгодженості, компетентність експертів.

### **Вступ**

При підтримці прийняття рішень (ППР) етап експертного оцінювання є дуже важливим, але не менш важливим є й етап перевірки адекватності та узгодженості оцінок експертів. Адже якщо оцінки неузгоджені, то не має сенсу продовжувати подальший аналіз та узагальнення цих оцінок, оскільки достовірність отриманого результату буде низькою. Питанням визначення узгодженості присвячено роботи ряду іноземних і вітчизняних учених: Т. Сааті [1], В.Г. Тоценка [2], М.З. Згуровського [3], Н.Д. Панкратової, Н.І. Недашківської [4], В.В. Циганка, А. Оленка [5], В. Кочкодайа [6] та ін. Але деякі з них не враховували рівень компетентності експертів. У дослідженні [7] показано та експериментально підтверджено, що для підвищення достовірності результатів експертиз враховувати компетентність членів

© П. Д. Роїк

групи завжди доцільно, якщо їхня кількість не перевершує принаймні 30 осіб. Та оскільки в експертизах при ППР здебільшого приймають участь, так звані, малі групи експертів (3–7 осіб), то це, загалом, підтверджує необхідність урахування компетентності при ППР. Виходячи з цього, врахування компетентності експертів є конче необхідним також і при визначенні узгодженості, що дозволить зберегти достовірність отриманих результатів на належному рівні.

У ряді робіт передбачається можливість урахування компетентності. Так, наприклад, у [8] береться до уваги компетентність експертів у питанні, що розглядається при визначенні спектрального індексу узгодженості. У роботі [4] розглядається питання визначення узгодженості нечітких оцінок, які надані групою експертів з урахуванням їхньої схильності до завищення або заниження своїх оцінок.

Як було показано в роботах [9–11], компетентність експерта можна розглядати лише в конкретному випадку, а не загалом, тобто доцільно розглядати лише компетентність у певному питанні експертизи і, окрім того, компетентність може визначатися лише в рамках певної групи осіб — бути лише відносною. Такі відносні величини зручно подавати у вигляді нормованих значень, наприклад,

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad (1)$$

де  $w_i$  — рівень відносної компетентності  $i$ -го експерта групи у питанні, що розглядається.

Фактично, врахування компетентності можливо здійснювати для кожного індексу узгодженості окремо, залежно від певних особливостей визначення того чи іншого індексу. Тому актуальною задачею наразі постає врахування компетентності для індексу узгодженості, запропонованого в [12, 13]. Суть цього методу визначення узгодженості полягає у мінімізації відстаней між оцінками експертів. У ході розробки методу було сформульовано цілий ряд вимог до індексу узгодженості та в подальшому показано, що розроблений індекс, на відміну від наявних, задовольняє усім поставленим вимогам.

Сформульовані вимоги подано у вигляді аксіом у [12–14]. Нагадаємо аксіоми індексу узгодженості, які впливають зі зручності його використання та з розуміння здорового глузду щодо узгодженості (1–9), а також додамо нові, що стосуються врахування компетентності (10, 11).

*Аксіома 1.* При експертному оцінюванні завжди існує деяка «істинна» оцінка, визначення якої є метою проведення групової експертизи.

*Аксіома 2.* Ця «істинна» оцінка відповідає деякому усередненому значенню множини індивідуальних оцінок експертів.

*Аксіома 3.* Множину індивідуальних експертних оцінок можливо подати на обмеженій з обох сторін чисельній неперервній або дискретній шкалах.

*Аксіома 4.* Максимальний рівень узгодженості (1.0) досягається тоді, і тільки тоді, коли всі експерти вибрали одну й ту ж саму оцінку.

*Аксіома 5.* Індекс узгодженості повинен бути незалежним від зсувів оцінок, тобто множина оцінок  $\{1,2,5\}$  матиме той самий індекс, що й  $\{4,5,8\}$ .

*Аксіома 6.* При одній і тій самій множині оцінок збільшення розміру шкали приводить до підвищення індексу узгодженості, і навпаки.

*Аксиома 7.* Незалежність від розміру шкали: якщо деяка множина оцінок більш узгоджена, ніж інша в певній шкалі, то вона є більш узгодженою і в будь-якій іншій шкалі.

*Аксиома 8.* Індекс має мати властивість масштабованості: при лінійних змінах (одночасному пропорційному збільшенні/зменшенні) розмірів шкали та значень усіх оцінок індекс узгодженості залишається незмінним.

*Аксиома 9.* При зсуві деякої оцінки від середнього значення інших оцінок, індекс узгодженості повинен зменшуватись, і навпаки.

*Аксиома 10.* Індекс узгодженості для однієї з двох однакових множин оцінок більший, якщо усі оцінки першої множини дані експертами, в яких компетентність не менша, ніж компетентність експертів, які надали відповідні оцінки другої множини, та хоча б у одного експерта вона строго більша.

*Аксиома 11.* Чим вищий рівень відносної компетентності експерта, який надав певну оцінку, тим більшим є вплив цієї оцінки на загальний рівень узгодженості.

Тепер, спираючись на аксіоматичний перелік вимог, сформулюємо постановку задачі цього дослідження.

## Постановка задачі дослідження

Нехай маємо  $n$  експертів, кожен з яких дав оцінку  $x_i, i = \overline{1..n}$ , на шкалі  $[1, s]$ . Позначатимемо це як  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}_{[1,s]}$ . Позначимо компетентність (вагу)  $i$ -го експерта через  $w_i, i = \overline{1..n}$ . Позначатимемо таке оцінювання (множину оцінок експертів) наступним чином:  $\{x_1 | w_1, x_2 | w_2, \dots, x_n | w_n\}_{[1,s]}$ . Вважатимемо, що вага експерта — це додатне число, що задовольняє (1). При визначенні ваги експерта використаємо мультиплікативне відношення — якщо  $w_1 = 0.1, w_2 = 0.2$ , то другий експерт у два рази компетентніший ніж перший у питанні, що розглядається.

Потрібно визначити індекс узгодженості  $I$  множини оцінок  $x_i, i = \overline{1..n}$ , з урахуванням компетентності  $w_i, i = \overline{1..n}$ , експертів, які надали ці оцінки.

## Запропоновані варіанти вирішення задачі

Одним із варіантів вирішення поставленої задачі може бути підхід, що застосовувався, наприклад, у [15] при агрегації ранжирувань, наданих різнокомпетентними експертами. При цьому підході пропонується замінити оцінку кожного експерта, що має вагу  $w_i$ , кількістю оцінок експертів  $v_i = \left[ \frac{w_i}{w_0} \right]$  з однаковою ва-

гою  $w_0$ . Тобто, множина оцінок стає  $\left\{ \underbrace{x_1 \dots x_1}_{v_1}, \underbrace{x_2 \dots x_2}_{v_2}, \dots, \underbrace{x_n \dots x_n}_{v_n} \right\} = \{x_1^0, x_2^0, \dots, x_{\sum_{i=1}^n v_i}^0\}$ .

Фактично, у результаті підходу відбувається перехід до випадку визначення узгодженості рівнокомпетентними експертами, який уже було розглянуто в [12, 13].

Таким чином, індекс узгодженості має вигляд:

$$I = 1 - \frac{\sum_{i \neq j} f(|x_i^0 - x_j^0|)}{M}, \quad (2)$$

де  $x_i^0$  — оцінка  $i$ -го «розкладеного» експерта;  $M$  — значення для найбільш неузгодженого випадку, яке визначається [13], максимізуючи  $\sum_{i \neq j} f(|x_i^0 - x_j^0|)$ . У результаті виходить, що найбільш неузгоджений випадок — випадок, коли половина оцінок експертів лежить на лівій границі шкали, а половина — на правій.

Покажемо на прикладі цей розклад.

### Приклад 1.

Нехай маємо оцінювання з урахуванням компетентності  $\{3|0.2,1|0.5,2|0.1\}_{[1,10]}$ , тоді ця задача зводиться до наступної без урахування компетентності  $\{3,3,1,1,1,1,1,2\}_{[1,10]}$  за умови, якщо  $w_0 = 0.1$ . Індекс узгодженості, що розрахований за формулою (2), у цьому випадку буде мати значення:

$$I = 1 - \frac{5|3-1| + |3-2| + 5|3-1| + |3-2| + 5|1-2|}{4|1-10| + 4|1-10| + 4|1-10| + 4|1-10|} = 0.81.$$

Можна бачити, що точність визначення узгодженості для такого підходу залежить від визначення ваги  $w_0$  — елементарної ваги експерта, тобто від підбору одиниці дискретизації для вимірювання компетентності. Це може виявитися досить суттєвим недоліком, оскільки в деяких випадках може призводити до значного росту кількості елементарних ваг експертів, що задіються при рішенні задачі, а, як наслідок, до зростання розмірності задачі. Наприклад, якщо ваги експертів 0.127, 0.634, та 0.239 відповідно, то елементарна вага експерта — 0.001. Тоді задача зводиться до задачі з 1000 експертами. Для такої кількості експертів розрахунок індексу стає трудомістким і вимагатиме побудови спектра з 1000 компонентів та обробки  $\frac{1000 \cdot 999}{2} = 499500$  порівнянь.

Отже, існує сенс розглянути інший варіант рішення. При цьому підході пропонується подати індекс узгодженості

$$I = 1 - \frac{\sum_{i \neq j} w_i w_j f(|x_i - x_j|)}{M}, \quad (3)$$

де  $x_i$  — оцінка  $i$ -го експерта;  $M$  — значення для найбільш неузгодженого випадку.

У цьому випадку, індекс узгодженості — це сума відстаней між оцінками для всіх можливих пар оцінок експертів, помножених на добуток ваг відповідних експертів. Запропонована функція  $f$  має таку властивість:  $f(x) > 0$ , якщо  $x > 0$  та  $f(x) = 0$ , якщо  $x = 0$ .

За викладених вище умов:  $I \in [0,1]$ , максимум досягається тоді і тільки тоді, коли всі змінні (оцінки) рівні. Мінімум досягається у найбільш неузгодженому випадку. Для того, щоб визначити  $M$ , використовується той самий підхід що і у [1]: максимізуємо  $\sum_{i \neq j} w_i w_j f(|x_i - x_j|)$ . На жаль, залежно від коефіцієнтів, розподіл

оцінок при найбільш неузгодженому випадку буде змінюватися, тому  $M$  потрібно рахувати для кожного конкретного випадку окремо. Проаналізуємо цей варіант вирішення задачі. Можливе виникнення наступних питань.

Що означає доданок  $w_i w_j f(|x_i - x_j|)$ ? Фактично це відстань між оцінками  $i$ -го та  $j$ -го експертів, «посиленими» їхньою вагою. Таким чином і відбувається врахування компетентності обох експертів, які причетні до надання кожної пари оцінок.

Чому використовується  $w_i w_j$ , а не  $w_i + w_j$ ? Тут доцільно керуватися принципом, що множення — це еквівалент логічної операції «і», а додавання — це «або». Враховуючи те, що ваги  $i$ -го та  $j$ -го експертів — відносні, а при їхньому визначенні керуються принципом мультиплікативності, тому при визначенні узгодженості також доцільно використовувати мультиплікативність.

## Приклад 2.

Нехай маємо теж саме оцінювання, яке подано у прикладі 1:  $\{3 | 0.2, 1 | 0.5, 2 | 0.1\}_{[1,10]}$ . Тоді індекс узгодженості, що розрахований за (3), має значення:  $I = 1 - \frac{2 \cdot 5 |3 - 1| + 2 \cdot 1 |3 - 2| + 5 \cdot 1 |1 - 2|}{108} = 0.75$ .

Отже, з двох проаналізованих варіантів вирішення задачі, перевага надається останньому, оскільки він позбавлений описаного вище недоліку, внаслідок якого може зростати розмірність задачі.

Окрім того, слід акцентувати увагу на деяких співвідношеннях при розрахунках індексу узгодженості. Вбачається доцільним вважати, що рівень довіри до оцінки одного експерта є вищим, ніж до оцінок, які надані декількома експертами, якщо вага (компетентність) першого є не меншою, ніж сума ваг цієї групи з декількох експертів. Так, наприклад, індекс узгодженості для  $\{2 | 0.25, 2 | 0.25, 3 | 0.25, 5 | 0.25\}_{[1,10]} = 0.72$ , у той час як  $\{2 | 0.5, 3 | 0.25, 5 | 0.25\}_{[1,10]} = 0.67$ .

## Поріг достатньої узгодженості

При визначенні узгодженості важливим для практичного застосування є також визначення порогового значення індексу, при якому доцільно виконувати агрегацію експертних оцінок. Це порогове значення, проміж того, застосовується при організації зворотного зв'язку з експертами у випадку необхідності підвищення рівня узгодженості.

Для запропонованого методу використовуємо той самий підхід, що мав застосування в [12–14]. Коротко зупинимося на основних його особливостях.

Припустімо, що експерт голосує навмання, і припустімо, що розподіл оцінок відбувається згідно з трикутним законом (рис. 1), тобто експерт має тенденцію до центрування оцінок.

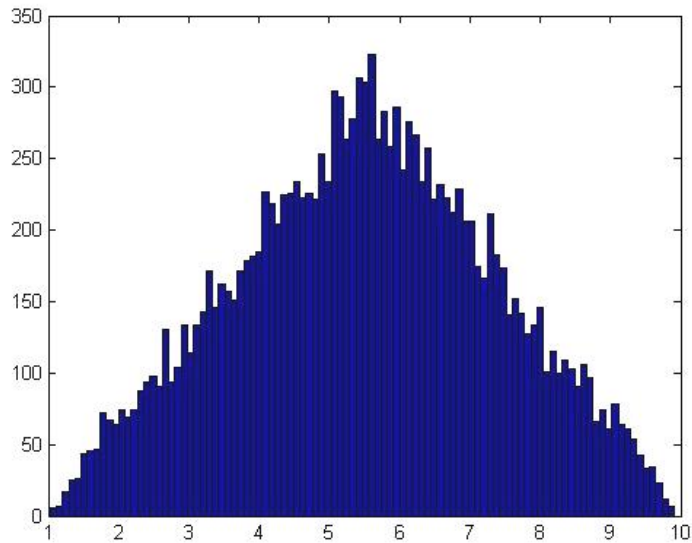


Рис. 1. Приклад зображення трикутного закону розподілу оцінок

Для перевірки результатів застосування різних функцій візьмімо до уваги ситуацію, коли 30 експертів навмання ставлять оцінку 15 000 разів.

Порахуємо індекс  $I$  для кожного такого випадку (рис. 2).

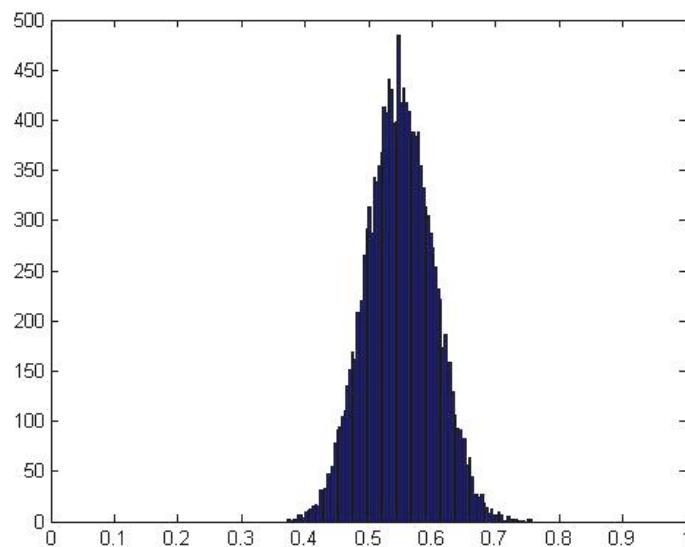


Рис. 2. Приклад зображення закону розподілу індексу узгодженості

Для визначення порогу пропонується взяти пороговий індекс, що дорівнює 0.95 квантилі.

## Практичне застосування

Запропонований індекс узгодженості оцінок експертів з урахуванням їхньої компетентності у питанні, що розглядається, який подано у вигляді (3), було практично реалізовано та апробовано в рамках системи розподіленого збору та обробки експертної інформації для СППР «Консенсус-2» [16]. У цій веб-орієнтованій системі індекс узгодженості та поріг достатньої узгодженості експертних оцінок, які надані територіально розподіленими експертами у ході оцінювання ними відносних впливів цілей і критеріїв, визначається з урахуванням їхньої відносної компетентності в питанні, що розглядається.

## Висновок

Показано важливість урахування компетентності при груповій експертизі. Розглянуто два підходи до визначення узгодженості оцінок експертів з урахуванням їхньої компетентності. Обидва підходи базуються на спектральному поданні множини експертних оцінок. У першому підході задача знаходження індексу узгодженості з урахуванням компетентності зводиться до задачі обчислення індексу без урахування компетентності. Показано, що цей підхід може призводити до різкого зростання кількості складових спектра при поданні множини оцінок  $i$ , тим самим, призводити до ускладнень у ході обчислень. В іншому підході компетентність кожної пари експертів враховується як вага «відстані між оцінками». Базуючись на останньому підході, розроблено та практично реалізовано у рамках веб-орієнтованої системи відповідний метод визначення узгодженості оцінок експертів з урахуванням їхньої відносної компетентності у питанні, що розглядається. Також запропоновано вирішення задачі визначення порогу узгодженості, достатнього для агрегації експертних оцінок.

1. Saaty T.L. Analytic Hierarchy Process. New York: McGraw-Hill, 1980. 287 p.
2. Totsenko V.G. The Agreement Degree of Estimations Set with Regard of Experts Competency. Proc. of the Fourth International Symposium on the Analytic Hierarchy Process. Simon Fraser University. Vancouver, Canada, 1996. P. 229–241.
3. Zgurovsky M.Z., Totsenko V.G. and Tsyganok V.V. Group Incomplete Paired Comparisons with Account of Expert Competence. *Mathematical and Computer Modelling*. 2004. **39**(4–5). P. 349–361.
4. Pankratova N., Nedashkovskaya N. Methods of evaluation and improvement of consistency of expert pairwise comparison judgments. *Internatl J. Information Theories and Applications*. 2015. Vol. 22. N 3. P. 203–223.
5. Olenko Andriy and Tsyganok Vitaliy. Double Entropy Inter-Rater Agreement Indices. *Applied Psychological Measurement*. 2016. Vol. 40(1). P. 37–55.
6. Koczkodaj W. A new definition of consistency of pairwise comparisons. *Mathematical and Computer Modeling*. 1993. **18**(7). P. 79–84.
7. Tsyganok V.V., Kadenko S.V. & Andriichuk O.V. Significance of Expert Competence Consideration in Group Decision Making using AHP. *International Journal of Production Research*. 2012. Vol. 50. Issue 17. P. 4785–4792.
8. Zgurovsky M.Z., Totsenko V.G., Tsyganok V.V. Group Incomplete Paired Comparisons with Account of Expert Competence. *Mathematical and Computer Modelling*. February 2004. Vol. 39. № 4–5. P. 349–361.

9. Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект. Київ: Наук. думка, 2002. 382 с.
10. Циганок В.В. Метод обчислення ваг альтернатив на основі результатів парних порівнянь, проведених групою експертів. *Реєстрація, зберігання і оброб. даних*. 2008. Т. 10. № 2. С. 121–127.
11. Циганок В.В. Концепція створення систем підтримки прийняття рішень, що адаптивні до рівня компетентності експертів *Реєстрація, зберігання і оброб. даних*. 2011. Т. 13. № 2. С. 106–114.
12. Роїк П.Д., Циганок В.В. Метод поліпшення узгодженості оцінок експертів у ході діалогу *Реєстрація, зберігання і оброб. даних*. 2018. Т. 20. № 2. С. 85–95.
13. Циганок В.В., Роїк П.Д. Метод визначення та підвищення узгодженості експертних оцінок при підтримці прийняття групових рішень *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2018. № 3. С. 82–93.
14. Циганок В.В., Роїк П.Д. Визначення узгодженості оцінок експертів при підтримці прийняття групових рішень. *Системний аналіз та інформаційні технології*: Матеріали 20-ї Міжнародної науково-технічної конференції SAIT 2018 (21–24 травня 2018, м. Київ). Київ: ННК «ПСА» НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2018. С. 96–97.
15. Тоценко В.Г. Методы определения групповых многокритериальных ординальных оценок с учетом компетентности экспертов. *Проблемы управления и информатики*. 2005. № 5. С. 84–89.
16. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 75023. Комп'ютерна програма «Система розподіленого збору та обробки експертної інформації для систем підтримки прийняття рішень — «Консенсус-2» / В.В. Циганок, П.Д. Роїк, О.В. Андрійчук, С.В. Каденко; від 27/11/2017.

Надійшла до редакції 08.09.2018