

УДК 519.816

**С. В. Каденко**

Інститут проблем реєстрації інформації НАН України  
вул. М. Шпака, 2, 03113 Київ, Україна

## Удосконалена процедура зворотного зв'язку з експертом під час визначення пріоритетності критеріїв

*Запропоновано ідею спрощення процедури зворотного зв'язку з експертом при визначенні відносних ваг критеріїв оцінки альтернатив (варіантів рішення) на основі наявних експертних ранжирувань альтернатив за цими критеріями та за глобальним критерієм  $G$ . Замість перестановки відповідних альтернатив у всіх однокритеріальних ранжируваннях запропоновано переставляти альтернативи лише в ранжируваннях за «критеріями-диктаторами», які є найближчими до глобального ранжирування альтернатив. Результатом удосконаленої процедури зворотного зв'язку є множина однокритеріальних ранжирувань, які після агрегації дозволяють отримати задане узагальнене ранжирування.*

**Ключові слова:** експерт, альтернатива, ординальна оцінка, ранжирування, вага, критерій, зворотний зв'язок.

### Вступ

У [1, 2] викладено підходи до визначення відносних ваг критеріїв оцінки альтернатив на основі наявного досвіду ранжирування альтернатив за цими критеріями. Запропоновані у вказаних джерелах методи дозволяють визначати коефіцієнти відносної вагомості заданих критеріїв  $C_1, C_2, \dots, C_n$  оцінки альтернатив, якщо задані ранжирування альтернатив за цими критеріями та за певним глобальним (узагальненим) критерієм  $G$ , на який вони впливають. Результатом роботи методів є певна область ваг критеріїв, задана у вигляді множини крайніх точок і центру мас. Якщо області ваг, які б дозволяли після агрегації однокритеріальних ранжирувань методом Борда чи Кондорсе отримати задане узагальнене ранжирування, не існує, слід звертатися до укладачів ранжирувань і пропонувати їм внести до ранжирувань такі зміни, внаслідок яких область ваг критеріїв стане не порожньою. Дана процедура має назву зворотного зв'язку з експертами [3]. Для отримання не порожньої області ваг критеріїв, у ході зворотного зв'язку організатор експертизи має пропонувати експертам міняти місцями альтернативи одразу в

© С. В. Каденко

усіх однокритеріальних ранжируваннях [1, 2]. Тобто, слід багаторазово звертатися до експертів, і при цьому кожна перестановка у кожному ранжируванні має бути схваленою експертом, який його будував. Такий підхід вимагає від експерта великих витрат часу та серйозних «поступок» або «жертв», на які він, у загальному випадку, може і не погодитись. Отже, виникає потреба у розробці методу, що дозволить скоротити витрати часу та кількість звернень до експерта у ході зворотного зв'язку.

## Постановка задачі

*Дано:*

- 1) множина альтернатив (варіантів рішення)  $\{A_i, i = 1..m\}$ ;
- 2) множина критеріїв оцінки альтернатив  $\{C_j, j = 1..n\}$ ;
- 3) глобальний (узагальнений) критерій оцінки альтернатив  $G$ ;
- 4) ранжирування альтернатив  $\{A_i, i = 1..m\}$  за критеріями  $C_1, C_2, \dots, C_n$  ( $\{r_{ij} : r_{ij} \in (1, 2, \dots, m); i = 1..m; j = 1..n\}$ ) та ранжирування  $g$  альтернатив  $\{A_i, i = 1..m\}$  за глобальним критерієм  $G$  ( $\{g_i : g_i \in (1, 2, \dots, m); i = 1..m\}$ ), причому у загальному випадку область відносних ваг критеріїв  $\{w_j : j = 1..n; \sum_{j=1}^n w_j = 1; w_j > 0\}$  є порожньою.

*Треба визначити:* яким чином організувати зворотний зв'язок з експертами — укладачами ранжирувань, щоб гарантовано отримати не порожню область ваг критеріїв; з іншого боку — скоротити кількість необхідних перестановок у ранжируваннях, та, відповідно, звернень до експертів. Тобто, слід визначити, у якому з однокритеріальних ранжирувань слід здійснювати перестановки, та які саме альтернативи слід переставляти.

## Ідея розв'язання

Експериментальні дослідження методів, викладених у [1, 2], на багатьох прикладах вказують на те, що у більшості випадків один з критеріїв  $C_1, C_2, \dots, C_n$  є «диктатором» («нестрогим», або «строгим»), тобто ранжирування альтернатив за цим критерієм є найбільш близьким до ранжирування альтернатив за глобальним критерієм  $G$ . Часто після змін ранжирувань альтернатив у ході процедури зворотного зв'язку (у її теперішньому вигляді) це однокритеріальне ранжирування повністю співпадає з глобальним (тобто, диктатура критерію стає строгою). Згадаймо, що існування диктатора є однією з можливих «вад» будь-якого методу агрегації індивідуальних (або, у нашому випадку, однокритеріальних ранжирувань) внаслідок теореми неможливості Ерроу [4], тобто поява критерію-диктатора є цілком закономірною. До того ж, диктатура не обов'язково має бути строгою: точка  $(1, 0, \dots, 0)$  у  $n$ -мірному просторі ваг критеріїв є лише *одною* з крайніх точок області ваг. Зазначимо також, що в даному випадку йдеться не про диктатуру людини, а про диктатуру певного критерію, яка, фактично, означає його вирішальний вплив на глобальний критерій.

*Твердження:* якщо один з критеріїв  $C_1$  є «строгим» диктатором (ранжирування альтернатив за цим критерієм співпадає з глобальним), а ранжирування за рештою критеріїв  $R_2, \dots, R_n$  повністю «протилежні» глобальному (тобто,  $\forall i = 1..m; j = 2..n : g_i = m - r_{ij}$ ), завжди існує не вироджена область ваг критеріїв.

*Доведення:* Для спрощення розташуймо альтернативи у порядку спадання рангів за глобальним критерієм: ( $\forall i = 1..m : g_i = m - i$ ) та перенумеруємо критерії таким чином, щоб диктатор опинився на першому місці ( $\forall i = 1..m : r_{i1} = g_i$ ). Тоді ранжирування альтернатив за глобальним критерієм  $G$  та підкритеріями  $C_1, C_2, \dots, C_n$  матиме наступний вигляд (табл. 1).

Таблиця 1. Множина ранжирувань

	$C_1$	$C_2$	...	$C_n$	$G$
$A_1$	$m$	1	...	1	$m$
$A_2$	$m - 1$	2	...	2	$m - 1$
	...	...	...	...	...
$A_m$	1	$m$	...	$m$	1

Система лінійно незалежних обмежень, що відповідає даній множині ранжирувань (побудована згідно з правилами, викладеними у [1, 2]), виглядатиме наступним чином:

$$\begin{cases} w_1 - \sum_{j=2}^n w_j > 0, \\ w_j > 0, j = 1..n, \\ \sum_{j=1}^n w_j = 1. \end{cases} \quad (1)$$

До неї входять  $n + 1$  нерівність та 1 рівність (умова нормування ваг). Для отримання області розв'язків системи знайдемо крайні точки цієї області. Для цього слід почергово замінювати рівностями підмножини системи обмежень з  $(n - 1)$  нерівностей, шукати розв'язки отриманих систем рівнянь та перевіряти, чи задовольняють ці розв'язки решті обмежень (тобто умові нормування ваг і нерівності, що лишається). Якщо розв'язок системи рівнянь задовольняє решті обмежень, він є крайньою точкою області розв'язків системи (1). Дана процедура дає множину крайніх точок, що показана у табл. 2.

Отже, маємо  $n$  крайніх точок і можемо знайти координати центру мас області (середнє арифметичне координат крайніх точок):

$$w_1 = \frac{1}{n} \left(1 + \frac{n-1}{2}\right), \quad w_j = \frac{1}{n} \left(0 + \frac{1}{2}\right); j = 2..n.$$

Тобто центр мас області  $W$  має координати:  $W = (\frac{n+1}{2n}; \frac{1}{2n}; \dots; \frac{1}{2n})$ .

Як бачимо, область існує (її щойно знайдено), причому координати її крайніх точок і центру мас не залежать від кількості альтернатив  $m$ . *Твердження доведено.*

Таблиця 2: Множина крайніх точок області розв'язків системи нерівностей (1)

	$w_1$	$w_2$	...	$w_j$	...	$w_{n-1}$	$w_n$
Координати 1-ї крайньої точки	1/2	0	...	0	...	0	1/2
Координати 2-ї крайньої точки	1/2	0	...	0	...	1/2	0
...	...	...	...	...	...	...	...
Координати $j$ -ї крайньої точки ...	1/2	0	...	1/2	...	0	0
...	...	...	...	...	...	...	...
Координати $(n-1)$ -ї крайньої точки	1/2	1/2	...	0	...	0	0
Координати $n$ -ї крайньої точки	1	0	...	0	...	0	0

У твердженні наведений крайній випадок, коли всі однокритеріальні ранжирування, крім одного, максимально відрізняються від глобального. У загальному випадку, ранжирування за деякими критеріями менш віддалені від глобального, ніж ранжирування за іншими критеріями.

З твердження випливає, що зміна одного з однокритеріальних ранжирувань «у напрямку диктатури» за скінченну кількість перестановок гарантовано забезпечить появу не порожньої області ваг критеріїв оцінки альтернатив (як відомо, для  $m$  альтернатив цих перестановок буде не більше, ніж  $m(m-1)/2$ ).

На роль потенційного «диктатора» має сенс обирати ранжирування, найменш віддалене від глобального за Кемені [5] ( $R_1 = \arg \min_j K(G, R_j)$ ), де  $K$  — відстань Кемені; критерії завжди можна перенумерувати таким чином, щоб потенційний «диктатор» опинився на першому місці), або ранжирування, вагомість якого, після застосування процедури зворотного зв'язку, викладеної у [1, 2], виявляється найбільшою ( $R_1 = \arg \max_j w_j$ ). Після того як потенційного «диктатора» визначено, має сенс поступово (по одній елементарній перестановці), наближати ранжирування за потенційним критерієм-диктатором до глобального ранжирування. При цьому слід пам'ятати, що, як правило, взаємне розташування альтернатив, які стоять ближче до кінця ранжирування (тобто, мають більші ранги), менш важливе для експерта, аніж розташування «лідерів» [6, 7]. Це означає, що, у першу чергу, слід пропонувати експерту для перестановки пари сусідніх альтернатив з більшими рангами. (Сусідні альтернативи — це альтернативи, ранги яких відрізняються на 1).

### Приклад

Для наочності пропонується розглянути ілюстративний приклад.

Нехай, задані ранжирування 6-ти альтернатив за глобальним критерієм  $G$  та 5-ма його підкритеріями. Значення рангів альтернатив наведені у табл. 3.

Таблиця 3. Ранжирування 6 альтернатив за 5 критеріями та глобальним критерієм  $G$

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$G$
$A_1$	6	2	6	1	5	6
$A_2$	4	5	1	2	4	5
$A_3$	1	3	5	4	6	4
$A_4$	2	1	3	3	3	3
$A_5$	3	6	2	6	2	2
$A_6$	5	4	4	5	1	1

Треба знайти ваги критеріїв, які при зваженому сумуванні (агрегації «зваженим» методом Борда [8]) дозволять отримати задане глобальне ранжирування.

Після застосування процедури, викладеної у [1], з'ясовується, що область ваг критеріїв порожня. Згідно з процедурою, для отримання не порожньої області ваг критеріїв, слід поміняти місцями альтернативи  $A_2$  та  $A_3$  в усіх однокритеріальних ранжируваннях. В умовах реальної експертизи для здійснення кожної з відповідних перестановок доведеться звертатися до експертів, які уклали ранжирування. Якщо здійснити відповідні перестановки, ми отримаємо область ваг із центром у точці  $W = (0,2081; 0,0342; 0,0822; 0,0437; 0,6317)$ .

Як бачимо, критерій  $C_5$  виявляється найбільш вагомих. До того ж, навіть початкове ранжирування альтернатив за критерієм  $C_5$  є найбільш близьким (за Кемені) до ранжирування за глобальним критерієм  $G$ : відстань Кемені між цими ранжируваннями є мінімальною:  $K(R_5, g) = 8$  (як доведено у [9], відстань Кемені між двома ранжируваннями пропорційна кількості перестановок, що необхідні для того, щоб отримати з одного ранжирування друге). При цьому ранжирування  $R_5$  відрізняється від глобального ранжирування лише розташуванням альтернатив, які мають найбільші ранги (тобто, найменш значущих для експерта та особи, що приймає рішення).

Отже, критерій  $C_5$  найдоцільніше обрати як потенційного «диктатора», і саме в ранжируванні альтернатив за цим критерієм слід здійснювати перестановки альтернатив. Як сказано вище, «наближення» ранжирування  $C_5$  до  $g$  слід здійснювати шляхом перестановки сусідніх пар альтернатив і починати слід з альтернатив, що мають найбільші ранги. У даному прикладі це — альтернативи  $A_1$  та  $A_3$ , ранги яких, відповідно, дорівнюють 5 та 6. Після перестановки отримаємо ранжирування  $R_5 = (6, 4, 5, 3, 2, 1)$ .

Тепер, якщо запустити алгоритм пошуку області ваг критеріїв, описаний в [1], то він знайде не порожню область ваг з центром у точці  $W = (0,2844; 0,0267; 0,0197; 0,0327; 0,6365)$ .

Отже, вже після першої ж перестановки пари сусідніх альтернатив з'являється не порожня область ваг критеріїв. Для здійснення такої перестановки у ході реальної експертизи знадобиться *лише одне звернення* до експерта-укладача ранжирування  $R_5$ .

## Висновки

Головними перевагами описаної удосконаленої процедури зворотного зв'язку є суттєве зменшення кількості повторних звернень до експертів, менші «поступки», на які експерт має погоджуватись у ході зворотного зв'язку, і, як наслідок, зменшення часу на проведення експертизи. Процедура характеризується певною неоднозначністю, адже на роль потенційних «диктаторів» можуть претендувати одразу декілька критеріїв, і порядок перестановки альтернатив також може бути різним. Втім, неоднозначність у даному випадку можна вважати не недоліком, а перевагою, оскільки вона робить процедуру гнучкішою: якщо експерт відмовляється здійснити відповідну перестановку альтернатив, залишаються ще альтернативні варіанти перестановок. Суттєвим недоліком процедури є можливість появи «диктатора» — критерію, ранжирування за яким повністю співпадає з глобальним. Але, якщо заборонити таку «строгу» диктатуру, може збільшитися кількість повторних звернень до експертів. Також відмова від диктатури гарантовано призводить до невиконання якихось з інших вимог, сформульованих у теоремі неможливості Ерроу. Подальші дослідження будуть спрямовані на пошуки компромісу у розв'язанні даного протиріччя.

1. Каденко С.В. Про один підхід до прийняття кадрових рішень / С.В. Каденко, В.В. Цыганок // Реєстрація зберігання і оброб. даних. — 2009. — Т. 11, № 3. — С. 66–74.
2. Каденко С.В. Обчислення відносних ваг критеріїв оцінки альтернатив на основі чітких та нечітких ранжирувань / Каденко С.В. // Сборник докладов седьмой научно-практической конференции с международным участием «Системы поддержки принятия решений. Теория и практика. СППР'2011». — Киев, 2011. — С. 67–70.
3. Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект / В.Г. Тоценко. — К.: Наук. думка, 2002. — 382 с.
4. Arrow K.J. Social Choice and Individual Values. — 2-nd ed. / K.J. Arrow. — New York: Wiley, 1963. — 123 p.
5. Кемени Дж. Г. Кибернетическое моделирование / Дж. Г. Кемени, Дж. Л. Снелл. — М.: Сов. радио, 1972. — 192 с.
6. Литвак Б.Е. Экспертная информация. Методы получения и анализа / Б.Е. Литвак. — М.: Радио и связь, 1982. — 185 с.
7. Каденко С.В. Метод повышения согласованности индивидуальных экспертных ранжирований при их агрегации / С.В. Каденко, В.В. Цыганок // Проблемы управления и информатики. — 2012. — № 2. — С. 31–38.
8. Тоценко В.Г. Методы определения групповых многокритериальных ординальных оценок с учетом компетентности экспертов / В.Г. Тоценко // Проблемы управления и информатики. — 2005. — № 5. — С. 84–89.
9. Каденко С.В. Удосконалення методу визначення коефіцієнтів відносної вагомості критеріїв на основі ординальних оцінок / С.В. Каденко // Реєстрація зберігання і оброб. даних. — 2008. — Т. 10, № 1. — С. 137–149.

Надійшла до редакції 01.08.2012