

УДК 004.7

**В. Ю. Зубок**

ТОВ «Інформаційний центр «Електронні вісті»  
ул. Максима Кривоноса, 2-А, 03037 Київ, Україна

## **Практические аспекты моделирования изменений в топологии глобальных компьютерных сетей**

*Проведено исследование топологии определенных сегментов Интернета с целью выявления сильно нагруженных связей и узлов, предсказания ее поведения в случае изменений в топологии, выбора наиболее надежных узлов-соседей и провайдеров. Разработаны методика и инструментарий сбора информации о маршрутах и моделирования, позволяющий «эмулировать» топологические изменения (такие как атака на самых крупных «посредников»), а также анализировать глобальную эффективность и уязвимость в сети с многочисленными узлами и связями. Также описана методика моделирования присоединения новых узлов и критерии образования новых связей.*

**Ключевые слова:** Интернет, посредничество, кластерность, глобальная эффективность, уязвимость.

### **Цели исследования**

В сложных природных и техногенных системах, а также в самом обществе могут возникать катастрофические нарастающие явления, инициированные небольшой долей элементов, составляющих эти сложные системы. Примерами таких лавинообразных процессов могут служить неожиданные эпидемии заболеваний или каскадное отключение электричества, как это имело место на западе США и Канады в августе 2003 года при повреждении на одной из электростанций в Огайо.

Интернет не будет подвержен каскадному отключению как минимум в связи с тем, что не требует такого механизма защиты от перегрузок, как аварийное отключение. А вот ухудшение или потеря связности, и, как результат, замедление передачи информации или полная невозможность ее передачи являются наиболее реальными угрозами [1].

Целью исследования является изучение возможности анализа влияния определенных узлов сети на ее эффективность и уязвимость для привнесения научного

© В. Ю. Зубок

подхода к выбору поставщика Интернет-услуг, к размещению информационных ресурсов в сети и к построению межузловых связей вообще.

### Интернет как сложная сеть

Исследования Интернета как сложной сети проводятся с начала 1990 годов. Было выяснено, что для Интернета, как на телекоммуникационном уровне, так и на уровне веб-сайтов, свойственно распределение степени (порядка) вершин по степенному закону [3–5]. На практике это означает, что очень малое количество узлов имеют большое количество связей (их называют концентраторами), и наоборот — большое количество узлов имеет очень малое количество связей. Распределение степени в таких сетях совершенно не похоже на распределение в классическом случайном графе Рени–Эрдоша (рис. 1).

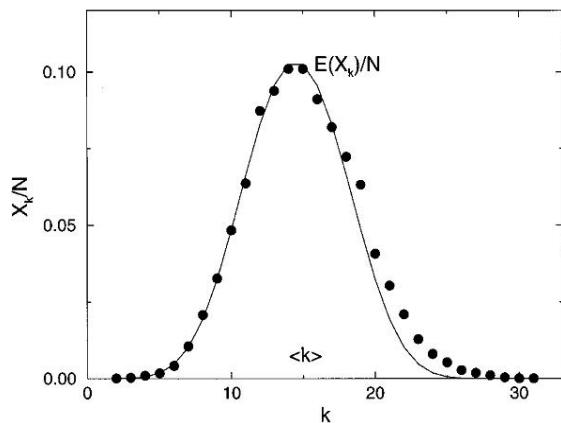


Рис. 1. Распределение степени в классическом случайном графе:  $k$  — степень узла;  $X_k$  — количество узлов со степенью  $k$ ;  $N$  — общее количество узлов

Такие сети называют безмасштабными (scale-free, SF) за их «длинный хвост» на графике распределения степени. В логарифмической шкале (log-log) ему соответствует фактически прямая линия (рис. 2).

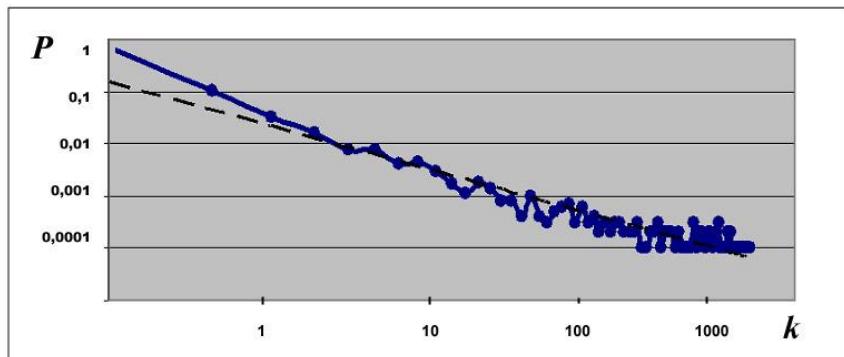


Рис. 2. Распределение степени в безмасштабной сети на примере сегмента Интернет по шкале log-log; пунктиром показана функция аппроксимации

Компьютерная модель эволюции такой сети создана Барабаши и Альбером [5]. В основе модели лежат два фактора. Первый фактор — это наличие постоянного роста сети, т.е. увеличение количества узлов; второй — предпочтительное присоединение. Алгоритм этой модели таков: к сети, состоящей из малого количества произвольно связанных узлов  $m_0$ , присоединяются новые узлы с организацией  $m \leq m_0$  связей к существующим узлам, причем каждый узел для присоединения выбирается с вероятностью  $P$ , зависящей от степени узла  $k(i)$ . Таким образом, чем выше степень узла, тем вероятней присоединение к нему.

Такое поведение демонстрируют многие сети реального мира. Узлам с малым количеством связей свойственны связи не с себе подобными, а с крупными узлами-концентраторами. Поэтому при общем количестве автономных систем в Интернете, измеряемом десятками тысяч, кратчайший маршрут между двумя любыми автономными системами проходит, в среднем, через 5 транзитных узлов. Это свойство сложных сетей называется феноменом «малого мира». Если пренебречь на какое-то время ростом количества узлов, то для объяснения этого феномена в Интернете можно использовать модель Уоттса-Строгаца [6]. Для моделирования берется последовательная или циклическая цепочка из  $N$  узлов, где каждый узел  $V_i$  связан с несколькими ( $K$ ) ближайшими соседями до и после себя, например — с  $V_{i-1}$ ,  $V_{i-2}$ ,  $V_{i+1}$  и  $V_{i+2}$  (рис. 3). Затем для каждой связи с вероятностью  $p$  изменяется одна из вершин случайным образом, избегая петель и дублирующихся связей. В сети появляется  $pN\frac{K}{2}$  длинных ребер, а регулярная решетка превратится в «малый мир». А при  $p \rightarrow 1$  «малый мир» превратится в случайный граф.

Модель Уоттса–Строгаца не полностью отражает сущность Интернета, поскольку невозможно игнорировать постоянный рост количества узлов. Так, по данным проекта «CIDR Report», количество автономных систем, участвующих в глобальной маршрутизации, с 2002 года выросло более чем в 3 раза. Но существуют места особенно тесной взаимной связанности узлов — это так называемые точки обмена трафиком.

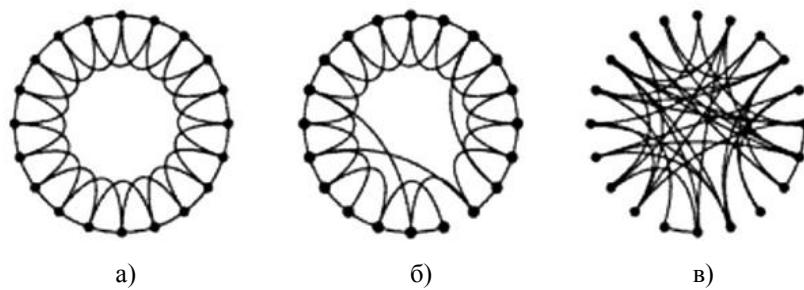


Рис. 3. Модель Уоттса–Строгаца: эволюция периодической решетки в «малый мир» и случайный граф

В теории сложных сетей есть параметры, характеризующие узел (вершину), и есть такие, которые характеризуют группу узлов или всю сеть. Распределение степени — это количество узлов с определенной степенью  $N(k)$ , нормированное

общим количеством узлов в сети. А фактически — это вероятность  $P(k)$  того, что произвольно выбранный узел сети имеет степень  $k$ :

$$P(k) = \frac{N(k)}{N}. \quad (1)$$

Кратчайшим путем (геодезическое расстояние, geodesic path)  $d_{ij}$  между узлами  $i$  и  $j$  (или просто — расстоянием) называется минимальное количество связей, по которым от узла  $i$  можно достичь  $j$ . Среднее расстояние  $d_{ij}$  между парами всех узлов сети также является глобальной характеристикой:

$$l = \frac{2}{n(n+1)} \sum_{i \geq j}^n d_{ij}. \quad (2)$$

Диаметр сети  $d$  есть максимальное расстояние между узлами сети.  $l$  или  $d$  зависят как от количества узлов  $N$ , так и от топологии (архитектуры) сети. Кратчайшая длина пути сети и ее диаметр являются глобальными характеристиками сети.

Коэффициент кластерности узла показывает, сколько ближайших соседей заданного узла также соединены друг с другом. В большинстве естественных сетей, если узел  $A$  соединен с узлом  $B$ , а узел  $B$  с узлом  $C$ , то существует большая вероятность, что узел  $A$  соединен с узлом  $C$ . Для узла  $i$  с  $k$  связями, которые соединяют его с  $k$  другими узлами, коэффициент кластерности  $C_i$  — это соотношение реального количества связей  $E_i$  между этими соседями к максимально возможному  $k(k-1)/2$ :

$$C_i = \frac{E_i}{k(k-1)/2}. \quad (3)$$

Можно также сказать, что значение  $E_i$  есть суммарное количество треугольников — циклов длины 3, прикрепленных к узлу. Если все ближайшие соседи узла взаимосвязаны, то  $C_i = 1$ . Когда между ними нет связей (как у деревьев), то  $C_i = 0$ .

Уровень кластерности для всей сети определяется как среднее арифметическое значений  $C_i$  для всех узлов  $i$ , и указывает на вероятность существования связи между двумя случайно взятыми ближайшими соседями узла (соотношение треугольников и «триад» — узел и два соседа):

$$C = 3 \frac{M_\nabla}{M_\angle}. \quad (4)$$

В качестве примера — у сети в форме периодической решетки (рис. 3,*a*) —  $C_i = 3/4$  как для каждого узла, так и для сети в целом, поскольку у каждого узла есть 4 соседа и 3 примыкающих треугольника.

В Интернете кластерность характерна для точек обмена трафиком, где два участника, включенных в сеть обмена трафиком, с высокой вероятностью связаны между собой [7].

Одной из важнейших характеристик узла является посредничество (betweenness, или betweenness centrality). Посредничество  $B(m)$  характеризует важность узла в установлении связей внутри сети и его «нагруженность» транзитными кратчайшими путями между узлами сети:

$$B(m) = \sum_{i \neq j} \frac{\sigma(i, m, j)}{\sigma(i, j)}, \quad (5)$$

где  $\sigma(i, j)$  — общее количество кратчайших путей между узлами  $i$  и  $j$ , а  $\sigma(i, m, j)$  — количество кратчайших путей между узлами  $i$  и  $j$ , проходящих через узел  $m$ .

Эта величина также важна в изучении транспортных потоков и обычно называется нагрузкой (загруженностью) узла (или связи), поскольку характеризует долю проходящих через узел кратчайших путей и узлы с высоким значением  $B$  являются наиболее загруженными. В отличие от степени узла, понятие важности узла отражает топологию всей сети.

Возвращаясь к среднему расстоянию, нужно отметить, что, в случае разрыва связей в сети какие-то из узлов могут оказаться изолированными, т.е. не подсоединенными. В такой сети невозможно подсчитать среднее расстояние между узлами — оно будет бесконечным. Для учета таких случаев используется параметр *среднего инверсного пути* между узлами сети, который вычисляется по формуле:

$$E = \frac{2}{n(n+1)} \sum_{i \geq j}^n \frac{1}{d_{ij}}, \quad (6)$$

где  $d_{ij}$  — путь между узлами  $i$  и  $j$ .

Во многих сетях (и Интернет как сеть с коммутацией пакетов не исключение), расстоянием и длиной пути между узлами принято называть количество транзитных связей, а временем прохождения по сети — количество ретрансляций между узлами. Учитывая, что, естественно, в этом случае «скорость» обратно пропорциональна количеству транзитных переходов, средний инверсный путь также называют *глобальной эффективностью*  $E$  [8].

Из глобальной эффективности рассчитывается показатель *уязвимости*  $V_i$  для определенного узла  $i$ , который показывает, насколько снизится эффективность сети  $E$  (увеличится количество транзитных переходов через узлы) в случае удаления узла  $i$ :

$$V_i = \frac{E - E_i}{E}. \quad (7)$$

Стоит отметить, что под  $i$  можно понимать не один узел, а группу узлов, тогда наблюдение за  $V$  становится способом оценить ущерб, нанесенный сети в результате удаления нескольких узлов, например, сильно связанного кластера.

## Влияние изменения топологии на параметры сети

Интернет как компьютерная сеть состоит из сотен миллионов сетевых устройств, осуществляющих передачу данных методом пакетной коммутации по протоколам TCP/IP. Взаимодействие этих устройств (каждого с каждым) обеспечивается при помощи маршрутизации. Сетевые устройства могут быть конечными либо транзитными (маршрутизаторами). Для маршрутизации в такой сложной сети разработаны в качестве стандартов и используются единые «межузловые» протоколы и правила построения политик маршрутизации. Связность между узлами Интернет определяется обменом маршрутами между маршрутизаторами. Было введено понятие автономной системы (Autonomous System, AS). Автономная система — это определенная группа IP-адресов, для которых осуществляется единная, четко определенная политика маршрутизации. Адреса этой группы имеют общий и одинаковый для всех них атрибут — источник маршрута (origin), который соответствует номеру определенной AS. Таким образом, в глобальном смысле автономные системы соответствуют узлам сети, а связи между узлами обеспечиваются работой протоколов маршрутизации. Эти протоколы инвариантны к внутреннему устройству автономной системы, используемому оборудованию и топологии внутренних связей в AS [2]. Автономные системы могут взаимодействовать друг с другом непосредственно, а также могут выполнять транзитные функции. Если автономные системы представить в виде вершин графа, то ребрами графа будут фактически установленные связи между ними. Ребра являются ненаправленными, поскольку взаимодействие между автономными системами подразумевает двусторонний обмен маршрутами.

Как упоминалось раньше, в Интернете существуют места особенно тесной взаимной связанности AS — это так называемые точки обмена трафиком.

Точки обмена трафиком (их также называют сети или биржи обмена трафиком — Internet Exchanges, IX), в отличие от Интернета в целом, являются вполне осознанно спроектированными площадками для организации оптимального по капиталовложениям «интерконнекта» (взаимного соединения Интернет-провайдеров). Наблюдения за топологией сегментов Интернет, окружающих точки обмена трафиком, показывают, что Интернет действительно демонстрирует характеристики, свойственные «малым мирам». Здесь высока кластеризация, а именно, если AS1 соединена с AS2, а AS2 соединена с AS3, высока вероятность, что соединены также AS1 и AS3.

С 2010 по 2011 год автором было проведено исследование европейской сети обмена трафиком DE-CIX [9], расположенной во Франкфурте-на-Майне и занимающей первое место в Европе по объемам транзитного трафика. В качестве узлов сети были выбраны автономные системы, а в качестве связей — «пограничное» взаимодействие BGP-4 (Border Gateway Protocol, version 4). BGP является дистанционно-векторным протоколом. Маршрут в понимании BGP состоит из вектора (адреса назначения, префикса, указывающего на группу сетевых адресов)

и атрибутов пути, часть из которых локальные, а часть — транзитивные, передающиеся вместе с маршрутом. Адресом назначения является адрес и длина маски подсети, или, как их вместе называют, префикс (prefix), например 203.0.113.0/24.

Для исследования был разработан программный комплекс, автоматизировано выполняющий сбор и обработку первичной информации, а также расчет сетевых параметров. В качестве первичной информации использовались данные глобальных таблиц маршрутизации (рис. 4) как в полном виде, так и собранные при помощи специальных сетевых служб (серверы looking glass, проект RouteViews).

Network	Next Hop	Metric	LocPrf	Weight	Path	

Рис. 4. Фрагмент таблицы маршрутов route-сервера DE-CIX;  
приведены маршруты, полученные от AS 21219

Из таблиц маршрутизации были выделены атрибуты пути:

— источник маршрута (BGP origin) — номер автономной системы, которой принадлежит группа (префикс) IP-адресов, указанная векторе маршрута; каждый префикс имеет только один уникальный BGP origin;

— путь маршрута (BGP AS path) — список номеров автономных систем, последовательно передававших маршрут от AS источника до той AS, которой принадлежит маршрутизатор, с которого была получена таблица маршрутов.

Номера AS, указанные в BGP origin, стали узлами анализируемого сегмента сети. Для построения связей между узлами проанализированы пары номеров AS, соседствующих в AS path. По полученным данным анализируемый сегмент сети можно изобразить в виде связанного графа довольно большого диаметра, насчитывающего тысячи вершин и связей.

Для анализа влияния удаления узлов из сети и присоединения новых были разработаны и апробированы методики оптимизации исходных данных и методов расчета для уменьшения вычислительных затрат на его выполнение.

### **Апробация методики моделирования удаления узлов и связей на сети DE-CIX**

Сеть обмена трафиком DE-CIX ([www.de-cix.de](http://www.de-cix.de)) с точки зрения проведенного исследования является автономной системой — одним из узлов исследуемой сети. Из полученных таблиц маршрутизации эмпирическим путем получены следующие данные:

- DE-CIX непосредственно взаимодействует с 370 другими AS;
- в DE-CIX анонсируется суммарно 43000 IP-префиксов (блоков адресов), как собственных, так и транзитных;
- среди всех префиксов, анонсируемых в DE-CIX, 10470 атрибутов AS\_path являются уникальными, т.е. через DE-CIX проходит 10470 различных маршрутов;
- в атрибутах AS\_path встречаются номера 9200 автономных систем;
- между всеми встречающимися AS установлено 1970 соединений.

Для анализа влияния определенных узлов сети на ее эффективность и уязвимость были разработаны программы обработки полученных из таблиц маршрутизации данных, позволяющие рассчитывать распределение степени, диаметр сети, средний путь, эффективность и уязвимость.

Традиционной структурой данных для представления графов с  $N$  вершин в программировании является матрица смежности — двухмерный массив  $M(N, N)$ , где  $M(i, j) = 1$ , если узлы  $i, j$  являются соседями, и  $M(i, j) = 0$ , если не являются. Элементы матрицы, находящиеся на диагонали  $M(i, i)$  также равны 0. Ребра нашего графа — ненаправленные, соответственно,  $M(i, j) = M(j, i)$  (матрица симметрична относительно главной диагонали).

Проблемой для исследования стал размер сети. Для сети из 9200 узлов размер матрицы смежности составил  $9200^2$ , т.е. 84 640 000 элементов, из которых только 1970 элементов равны 1. Поэтому сначала было проведено дополнительное исследование касательно методов оптимизации времени расчета.

*Использование хеш-массива.* Для расчета некоторых показателей сложной сети с таким большим количеством узлов вместо матрицы смежности была использована специальная структура данных — ассоциативный массив или хеш-массив. Это массив с непоследовательным индексом, который хранит пары значений. Первое значение обычно называют ключом, а второе — просто значением. Зная ключ, можно получить его значение, и наоборот. За счет использования двухмерного ассоциативного массива, или, как его называют, «хеш хешей», матрица смежности выглядит как набор двойных ключей в виде  $adj\{as1\}\{as2\}$ , где  $adj$  — имя хеш-массива,  $as1$  и  $as2$  — автономные системы, имеющие непосредственное взаимодействие. Значение двойного ключа не важно в данном случае, важно наличие самого ключа. В хеш-массиве, построенном по связям AS в сети DE-CIX, всего 10212 уникальных двойных ключей, т.е. связей. Напомним, что обычная матрица смежности содержала бы более 84 млн. элементов.

После построения хеш-массива было вычислено количество связей у каждого узла, а также распределение степени узлов, т.е. количество узлов с определенной степенью. Наибольшую степень узла — 471 связь — имеет AS 12389, принадлежащая компании Ростелеком. Наименьшую степень — 1 связь — имеют 7204 автономные системы, что подтверждается предварительным анализом AS\_path. Диаграмма распределения степени узлов в сети DE-CIX, полученная на основе анализа BGP-таблиц, приведена на рис. 2.

Для отображения используется двойная логарифмическая шкала. Данные с достаточной достоверностью аппроксимируются степенной функцией:

$$P(k) = 1586k^{-1,81}.$$

Уменьшение диаметра исследуемой сети с применением алгоритма «удаления лепестков» (leaf-removal algorithm) является часто используемой процедурой, при помощи которой из сети итеративно, пошагово удаляются узлы со степенью 1 (т.е. соединенные с остальной сетью лишь одной связью) [10]. Такие узлы не несут транзитных функций и, согласно модели Барабаши–Альберта, неперспективны с точки зрения присоединения к сети через них. В исследуемой сети, где узлами являются автономные системы, для них применяется термин «stub AS» (тупиковая). Также в сети встречаются узлы, имеющие связи с несколькими другими узлами (т.е. их степень 2 и выше), но тоже не выполняющие транзитных функций, это — «multihomed AS» (многоканальные). Вычислить нетранзитные узлы можно до построения матрицы смежности непосредственно по таблицам маршрутизации: тупиковые AS являются только источниками маршрута (origin) и в атрибуте AS\_path всегда занимают только крайнее положение.

В результате программной имплементации алгоритма удаления лепестков в исследуемой сети было за одну итерацию удалено 7200 тупиковых узлов и 504 многоканальных. Это означает, что лишь 1540 узлов являются транзитными, именно на этом «ядре» из автономных систем держится ее сетевая структура.

*Исключение петель в пути.* Как упоминалось ранее, маршрут в BGP — это единица информации, которая объединяет адрес назначения (destination) с атрибутами пути (path) до адреса назначения. Одним из основных атрибутов является его длина, измеряемая в количестве автономных систем, через которые прошел анонс на пути к определенной BGP-системе — AS\_path. Каждая BGP-система добавляет свой номер в AS\_path маршрута. Удлинение пути уменьшает его «привлекательность», и искусственное удлинение пути, так называемый *prepend*, может выполняться администратором определенной BGP-системы (для управления трафиком) путем добавления к AS\_path номера собственной AS (рис. 5, строки 2 и 3).

<u>Prefix</u>	<u>Next hop</u>	<u>AS path</u>
2.78.64.0/18	80.81.194.31	12389 9198 29355
2.95.168.0/21	80.81.194.31	12389 21483 21483 21483
4.79.181.0/24	80.81.192.115	10310 10310 14780
193.231.241.0/24	80.81.192.172	6939 30890 48941

Рис. 5. Пример удлинения атрибута AS\_path в BGP-таблице при помощи «prepend»

С точки зрения построения графа, *prepend* является петлей в пути, которая выходит из вершины графа и возвращается в нее. А для изучения связности автономных систем эти повторения является лишь искусственным искажением информации о фактической длине пути и должны быть выявлены и удалены (повторения AS — заменены на один номер AS).

После обнаружения и удаления *prepends*, в таблице маршрутизации, полученной из DE-CIX, количество уникальных атрибутов AS\_path (неповторяющихся путей) уменьшилось с 10478 до 10003, т.е. почти на 5 %.

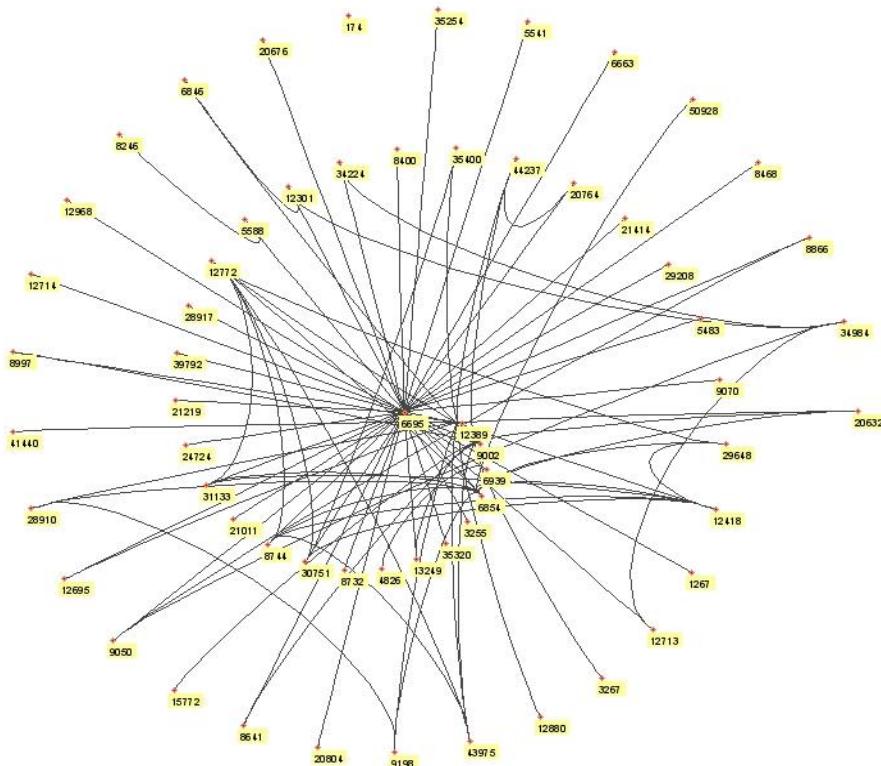
На результирующем количестве узлов и связей был программно реализован расчет среднего геодезического пути, глобальной эффективности, уязвимости, а также визуализации сети с помощью полярных координат.

Самый ресурсоемкий расчет, а именно расчет показателя среднего пути по всем вершинам сети при помощи алгоритма Флойда-Уоршала, имеет сложность  $O(N^3)$ . На офисном персональном компьютере с процессором 2 ГГц и RAM 512 МБ расчет среднего пути длится примерно 30 минут.

Показатель глобальной эффективности рассчитывается одновременно со средним путем. Для сравнения результатов расчета глобальной эффективности при изъятии узла необходимо потратить фактически двойное время.

Наибольший средний путь в сети (диаметр сети) выбирается сразу после расчета среднего пути по всей сети. Расчет для сети DE-CIX после применения алгоритма удаления лепестков (количество узлов — 1540) показал, что диаметр сети составляет 8, а средний путь — 4,21. Это подтверждает, что Интернет на уровне автономных систем демонстрирует характеристики «малого мира».

На рис. 6 изображен центральный фрагмент сети DE-CIX. Он насчитывает 60 узлов — AS, имеющих наибольшее количество связей с другими транзитными AS. Тупиковые вершины, так называемые «лепестки», отброшены. Как видим, AS российского оператора Ростелеком (12389), имеющего наибольшее количество связей — 471 — не играет главной роли в сети транзитов. Центральную позицию занимает AS6695 с 370 связями. Соответствующая точка находится на рис. 6 примерно в центре координат.



Попробуем смоделировать, как изменится глобальная эффективность (6) и уязвимость (7) в случае изъятия из сети узла AS12389. Для этого в матрице смежности обнулим все элементы в  $k$ -столбце и в  $k$ -строке, соответствующие этому узлу. Это эквивалентно изъятию узла  $k$  и всех его связей, и равнозначно удалению из таблицы маршрутизации всех анонсов, которые происходят от узла  $k$  или реэкспортируются через него. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Таблица 1. Изменение параметров сети при удалении узла с наивысшей степенью

№	Параметр	До удаления AS12389	После удаления AS12389	Разница, %
1.	Глобальная эффективность ( $E$ )	0,2543	0,2491	-2,0
2.	Уязвимость ( $V$ )	-	0,02	-

Теперь рассчитаем изменение этих параметров в случае изъятия из сети узла DE-CIX. Он, как отмечалось, имеет несколько меньшее количество связей (370 против 470 у Ростелекома). Результаты приведены в табл. 2.

Таблица 2. Изменение параметров сети при удалении второго по степени узла

№	Параметр	До удаления AS6695	После удаления AS6695	Разница, %
1.	Глобальная эффективность ( $E$ )	0,2543	0,1214	-52,26
2.	Уязвимость ( $V$ )	-	0,523	-

В результате можно наблюдать, что изъятие этого узла значительно больше повлияло на снижение глобальной эффективности. Хотя он имеет только 370 активных связей против 470, он играет в сети более важную роль и через него проходит значительно больше кратчайших путей, т.е. это — лучший *посредник*. Такие узлы играют главную роль в установлении связей между другими узлами сети. Синонимом посредничества является термин «нагрузка» (load).

## О методике моделирования присоединения узлов

Моделирование присоединения узлов является частью прикладной задачи по помощи в выработке управленческого решения, такого как планирование подключения к Интернету или выбор dataцентра для размещения информационных ресурсов. Наличие минимум двух независимых подключений является общепринятой практикой. Чаще всего для организаций, не являющихся провайдерами телекоммуникаций, включение в несколько международных сетей обмена трафиком является экономически нецелесообразным. Провайдеров Интернет-услуг они выбирают на местном уровне. Для оценки, насколько «близко» новый узел окажется к другим важным узлам Интернета, может быть применена методика моделирования присоединения.

За основу сети необходимо взять ядро сети, полученное после применения алгоритма удаления «лепестков». Чтобы математически выразить появление но-

вого узла сети, необходимо создать новый элемент хеш-массива  $adj\{old\}\{new\}$ , где  $\{new\}$  — новый узел, а  $\{old\}$  — узел, к которому планируется присоединение. Это эквивалентно расширению матрицы смежности  $M(N, N)$  до  $M(N + 1, N + 1)$  и установке  $M(N + 1, k) = 1$  при  $1 \leq k \leq N$ . После этого необходимо выполнить расчет среднего пути от нового узла. Последовательным перебором узлов  $k$ , доступных для присоединения, можно получить ряд значений средних кратчайших путей от нового узла. Лучшим для присоединения есть узел, присоединение к которому дает наименьшее значение среднего пути.

Данной методикой можно выбрать провайдеров, присоединение к которым обеспечит лучшие показатель среднего пути в основные точки обмена трафиком.

## Заключение

На примере реальной сети обмена трафиком Интернета экспериментально подтверждена результивность предложенной методики решения задачи выбора транзитных провайдеров доступа к Интернету на основе анализа параметров сложной сети, обеспечивающей нахождение предпочтительных для присоединения узлов. Показано, что применение данной методики для анализа фактических связей Интернет-провайдеров дает возможность выявить наиболее эффективные управляемые решения, не являющиеся очевидными без ее применения.

1. Складні мережі / Ю. Головач, К. фон Фербер, О. Олемської [та ін.] // Журнал фізичних досліджень, 2006. — Т. 10. — С. 247–291.
2. Hawkinson J. RFC 1930. Guidelines for Creation, Selection, and Registration of an Autonomous System [Электронный ресурс] / J. Hawkinson, T. Bates. — Режим доступа: <http://tools.ietf.org/html/rfc1930>. — March 1996.
3. Newman M.E.J. The Structure and Function of Complex Networks / M.E.J. Newman // SIAM Review. — 2003. — Vol. 45. — P. 167-256.
4. Watts D.J. Collective Dynamics of «Small-World» Networks / D.J. Watts, S.H. Strogatz // Nature. — 1998. — Vol. 393. — P. 440-442.
5. R. Albert, A.-L. Barabasi. Statistical Mechanics of Complex Networks // Reviews of Modern Physic. — 2002, Jan. — Vol. 74. — P. 47–97.
6. Barabasi A.-L. Scale-Free Networks / A.-L. Barabasi, E. Bonabeau // Scientific American. — 2003, May. — P. 50–59.
7. Ландэ Д.В. Интернетика. Навигация в сложных сетях: модели и алгоритмы / Ландэ Д.В., Снарский А.А., Безсуднов И.В. — М.: Книжный дом «Либроком», 2009. — 264 с.
8. Latora V. Efficient Behavior of Small-World Networks / V. Latora, M. Marchiori. // Physical Review Letters. — 2001, Nov. — Vol. 87, N 19.
9. Зубок В.Ю. Європейські мережі обміну Інтернет-трафіком та їхній вплив на зв'язність між автономними системами: [зб. наук. праць] / ППМЕ ім. Г.Є.Пухова НАН України. — К., 2011. — Вип. 56.
10. Raja Jothi. Genomic Analysis Reveals a Tight Link Between Transcription Factor Dynamics and Regulatory Network Architecture / Raja Jothi, S. Balaji et al. // Molecular Systems Biology. — 2009. — Vol. 5.

Поступила в редакцию 30.04.2012