

УДК 004.085

І. С. Коломієць, С. М. Савенков, Є. А. Оберемок
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Проспект Глушкова, 4-г, 03127 Київ, Україна
тел.: +38(044) 526-05-80

Дослідження ортогоналізуючих властивостей поздовжньо неоднорідних недеполяризованих середовищ

Проаналізовано можливість ортогоналізації стану поляризації вхідного випромінювання поздовжньо неоднорідними недеполяризованими середовищами з лінійним двоприменезаломленням. Під ортогоналізацією розуміється перетворення стану поляризації вхідного випромінювання на ортогональний внаслідок взаємодії випромінювання із вказаним середовищем. Показано, що в загальному випадку кількість станів поляризації вхідного випромінювання, які ортогоналізуються поздовжньо неоднорідним середовищем з лінійним двоприменезаломленням, складає континуум. У рамках матричного методу Джонса отримано умови, що дозволяють визначити, які саме стани поляризації випромінювання ортогоналізуються середовищем із заданими анізотропними властивостями.

Ключові слова: метод Джонса, поздовжньо неоднорідні середовища, скручений нематик, холестерик, ортогональні поляризації.

Вступ

Для візуалізації інформації у сучасних реєструвальних та індикаторних приладах, у тому числі комп'ютерних дисплеях, значного поширення набуло використання рідкокристалічних технологій. Важливе місце серед таких технологій займає використання рідких кристалів у холестеричній фазі [1, 2] та скручених нематиків [3, 4]. Дані середовища являють собою послідовність молекулярних площин, що утворені молекулами витягнутої форми, орієнтованими паралельно одна одній. Кожна така молекулярна площина може розглядатись як тонка фазова пластинка з лінійним двоприменезаломленням. Швидка (повільна) вісь цієї пластинки є паралельною (перпендикулярною) до напрямку, вздовж якого направлені молекули площини, що розглядається, і повністю лежить у цій площині. У холестериків і скручених нематиків при русі в напрямку, перпендикулярному молекулярним площинам, напрямком осі анізотропії кожного наступного молекулярного шару по-

вертається (закручується) відносно попереднього на деякий кут [5]. При розгляді розповсюдження поляризованого світла вздовж осі z декартової прямокутної системи координат, що співпадає з віссю закручування такого шаруватого середовища (рис. 1), азимут осі двопронезаломлення молекулярної площини на відстані z від початку координат визначається як

$$\alpha = \alpha_0 z, \quad (1)$$

де α_0 — питома значення орієнтації осі двопронезаломлення на одиницю товщини, що залежить від кроку закручування середовища p (найменша відстань між площинами з однаковою орієнтацією молекул):

$$\alpha_0 = \frac{2\pi}{p}. \quad (2)$$

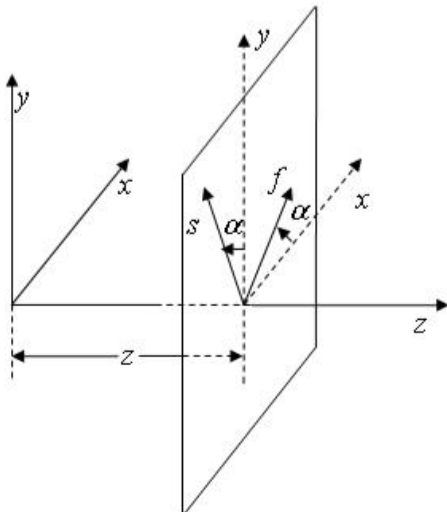


Рис. 1. Проміжна молекулярна площина закрученого середовища в декартовій прямокутній системі координат на відстані z від вхідної молекулярної площини. f та s — швидка та повільна осі двопронезаломлення молекулярної площини. Для вхідної молекулярної площини напрямки осей f та s співпадають з осями x та y в декартовій системі координат

Отже, в результаті послідовності вище описаних молекулярних площин, що є об'єктами з лінійним двопронезаломленням утворюють поздовжньо (вздовж осі напрямку розповсюдження випромінювання, що співпадає з напрямком, навколо якого відбувається закручування) неоднорідне недеполяризуюче середовище з лінійним двопронезаломленням.

Для опису анізотропних характеристик однієї молекулярної площини можна скористатися диференційною матрицею Джонса, що представлена в циркулярному базисі (таке представлення використовується через відповідну симетрію структури) [5, 6]:

$$N = \begin{bmatrix} 0 & i\frac{1}{2}\delta_0 e^{2i\alpha_0 z} \\ i\frac{1}{2}\delta_0 e^{-2i\alpha_0 z} & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Використовуючи матрицю (3) у векторному рівнянні переносу, методу, що представлено в [7], і перехід до лінійного базису [5], можна отримати інтегральну матрицю Джонса, яка описує анізотропні властивості такого поздовжньо неоднорідного середовища вздовж осі z

$$T = \frac{1}{A} \begin{bmatrix} AC(\alpha_0 z) C\left(\frac{zA}{2}\right) + (i\delta_0 C(\alpha_0 z) + 2\alpha_0 S(\alpha_0 z)) S\left(\frac{zA}{2}\right) \\ AC\left(\frac{zA}{2}\right) S(\alpha_0 z) + (i\delta_0 S(\alpha_0 z) - 2\alpha_0 C(\alpha_0 z)) S\left(\frac{zA}{2}\right) \\ -AC\left(\frac{zA}{2}\right) S(\alpha_0 z) + (i\delta_0 S(\alpha_0 z) + 2\alpha_0 C(\alpha_0 z)) S\left(\frac{zA}{2}\right) \\ AC(\alpha_0 z) C\left(\frac{zA}{2}\right) + (-i\delta_0 C(\alpha_0 z) + 2\alpha_0 S(\alpha_0 z)) S\left(\frac{zA}{2}\right) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

де δ_0 — величина лінійного двоприменезаломлення на одиницю товщини (якби середовище розглядалося без закручування) в напрямку розповсюдження світла, при цьому використано заміни: $A = \sqrt{\delta_0^2 + 4\alpha_0^2}$; $C(x) = \cos(x)$; $S(x) = \sin(x)$.

Ортогоналізуючі властивості анізотропних середовищ

Однією з цікавих властивостей як однорідних, так і шаруватих середовищ є можливість перетворення ними хвиль вхідного випромінювання з певним станом поляризації на хвилі вихідного випромінювання зі станом поляризації, ортогональним до початкового. Можливість існування таких властивостей у середовищах, що характеризуються заданою матрицю Джонса, було розглянуто у [8]. Там же було отримано наступну умову присутності у середовища таких властивостей:

$$T_{11} + T_{12}\chi_{inp} + T_{21}\chi_{inp}^* + T_{22}|\chi_{inp}|^2 = 0, \quad (5)$$

де T_{ij} — елементи інтегральної матриці Джонса, що описує анізотропні властивості середовища; χ_{inp} — комплексна змінна, що описує стан поляризації вхідної хвилі.

Можливість реалізації таких властивостей у середовищ з основними видами анізотропії, а, також, у шаруватих середовищ, анізотропія яких описується першою та другою теоремами еквівалентності Джонса, було розглянуто в [9], де показано: для того щоб середовище мало ортогоналізуючі властивості, його параметри анізотропії мають задовольняти наступній умові:

$$F = (a_1^2 + b_1^2 - 4c_1)(a_2^2 + b_2^2) - (a_1 a_2 + b_1 b_2 - 2c_2)^2 \geq 0, \quad (6)$$

де

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{X_{22}(X_{12} + X_{21}) + Y_{22}(Y_{12} + Y_{21})}{X_{22}^2 + Y_{22}^2}, \\
 b_1 &= \frac{X_{22}(Y_{21} - Y_{12}) + Y_{22}(X_{12} - X_{21})}{X_{22}^2 + Y_{22}^2}, \\
 c_1 &= \frac{X_{11}X_{22} + Y_{11}Y_{22}}{X_{22}^2 + Y_{22}^2}, \\
 a_2 &= X_{22}(Y_{12} + Y_{21}) - Y_{22}(X_{12} + X_{21}), \\
 b_2 &= X_{22}(X_{12} - X_{21}) + Y_{22}(Y_{12} - Y_{21}), \\
 c_2 &= X_{22}Y_{11} - Y_{22}X_{11},
 \end{aligned} \tag{7}$$

а X_{ij} , та Y_{ij} — дійсна та уявна частина елемента матриці Джонса T_{ij} відповідно. Причому, якщо $F > 0$, то середовище має ортогоналізуючі властивості для хвилі хоча б з одним станом поляризації. Сама умова $F > 0$ при цьому дає співвідношення між параметрами анізотропії, при яких ортогоналізуючі властивості існують. У випадку ж $F = 0$, ортогоналізуючі властивості також можуть існувати, але тільки при виконанні додаткової умови:

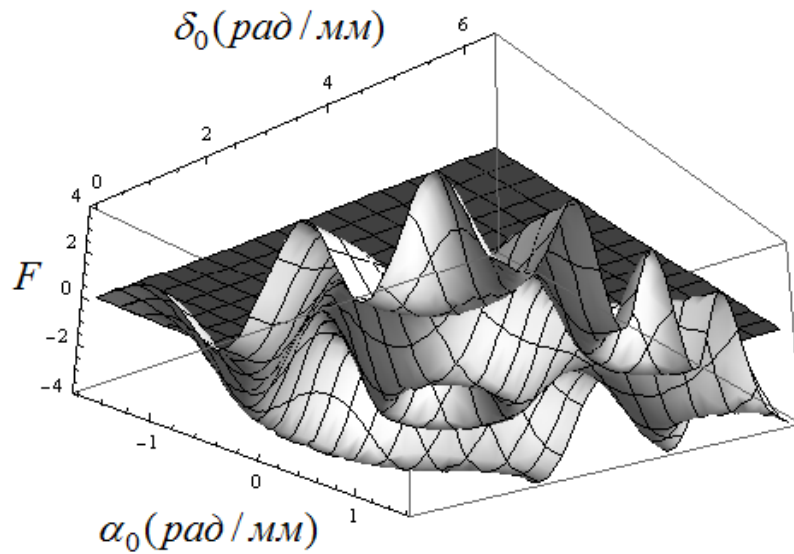
$$R_0^2 = \frac{a_1^2 + b_1^2}{4} - c_1 \geq 0. \tag{8}$$

Однак, як показано в [9], у випадку $R_0^2 = 0$ інтенсивність випромінювання зі станами поляризації, що ортогоналізуються даним середовищем, після взаємодії може стати нульовою (це характерно для амплітудних видів анізотропії). Тому таку особливість також треба перевіряти.

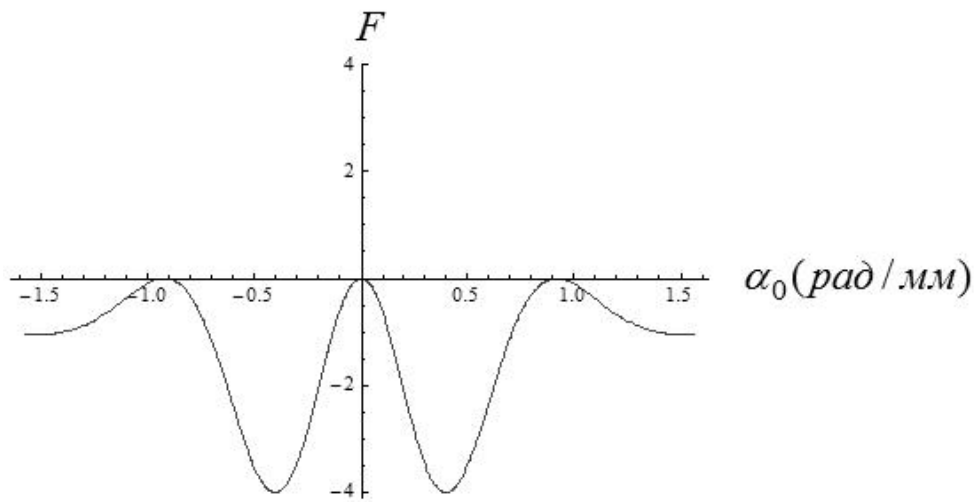
Ортогоналізуючі властивості поздовжньо неоднорідного середовища з лінійним двопрорезомленням

Розглянемо можливість реалізації ортогоналізуючих властивостей у поздовжньо неоднорідному середовищі з лінійним двопрорезомленням. Підставимо елементи матриці Джонса (4) у співвідношення (6) та (7). Звідси знайдемо значення величини F як функції від параметрів анізотропії для даного класу середовищ. На рис. 2 величину F зображено як функцію питомих величин δ_0, α_0 для товщини середовища, наприклад $z = 2$ мм.

Як можна бачити з рис. 2,а, для даної товщини z існує кілька значень параметрів δ_0, α_0 , при яких $F = 0$ (нерівність $F > 0$ при даних значеннях параметрів анізотропії не реалізується). Наприклад, при $\delta_0 = \pi$ [рад/мм] з рис. 2,б маємо кілька значень α_0 , за яких реалізується умова $F = 0$. Одним із таких значень є, наприклад $\alpha_0 = 0,92$ [рад/мм].



а)



б)

Рис. 2. Залежність функції F від питомих параметрів анізотропії: а) δ_0, α_0 і площина $F = 0$;
б) α_0 при $\delta_0 = \pi$ [рад/мм] для поздовжньо неоднорідного середовища
з лінійним двопронезаломленням при $z = 2$ мм

Підставляючи вказані значення δ_0, α_0 у (8), отримуємо $R_0^2 = 83,3 > 0$. Отже, при таких значеннях δ_0, α_0, z даний клас середовищ має ортогоналізувати деякі стани поляризації хвиль вхідного випромінювання. Знайдемо їх. Для цього розглянемо найбільш загальний випадок, коли стан поляризації вхідної хвилі є еліптичним і описується вектором Джонса [5]:

$$E_{inp} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{inp})\cos(e_{inp}) - i\sin(\theta_{inp})\sin(e_{inp}) \\ \sin(\theta_{inp})\cos(e_{inp}) + i\cos(\theta_{inp})\sin(e_{inp}) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

де θ_{inp}, e_{inp} — азимут і кут еліптичності еліпса поляризації хвилі вхідного випромінювання. Згідно основного рівняння матричного методу Джонса стан поляризації хвилі на виході з анізотропного середовища, що описується матрицею Джонса T , знаходиться за допомогою співвідношення

$$E_{out} = TE_{inp}, \quad (10)$$

де E_{out} — вектор Джонса випромінювання на виході із середовища. Комплексна змінна для стану поляризації вхідного та вихідного випромінювання знаходиться як $\chi_{inp} = E_{y(inp)} / E_{x(inp)}$, $\chi_{out} = E_{y(out)} / E_{x(out)}$ (тут $E_{x,y(inp,out)}$ x, y — компоненти вектора Джонса, що є проекціями на відповідні осі системи координат, представлені на рис. 1). Підставляючи (4) в (10) та використовуючи перехід від вектора Джонса до комплексної змінної, знайдемо наступний добуток:

$$\chi_{inp}\chi_{out}^* = f(\delta_0, \alpha_0, z, \theta_{inp}, e_{inp}). \quad (11)$$

У результаті умова $\chi_{inp}\chi_{out}^* = -1$ дає нам співвідношення між параметрами θ_{inp}, e_{inp} , при яких описуваний ними стан поляризації вхідної хвилі ортогоналізується на виході даним класом середовищ. Для отриманих вище значень параметрів анізотропії $\delta_0 = \pi$ [рад/мм], $\alpha_0 = 0,92$ [рад/мм], $z = 2$ мм залежність функції (11) від вхідних параметрів анізотропії θ_{inp}, e_{inp} представлено на рис. 3.

Аналізуючи рис. 3, можна зробити висновок, що в даному класі середовищ при вищезазначених параметрах анізотропії і при вказаній товщині ортогоналізуються лише еліптичні та лінійні стани поляризації хвилі вхідного випромінювання. Але при цьому для будь-якого значення азимуту еліпса поляризації існує таке значення його еліптичності, що відповідний стан поляризації випромінювання ортогоналізується даним середовищем. Для прикладу одним із розв'язків рівняння $\chi_{inp}\chi_{out}^* = -1$ є величина азимуту і кута еліптичності: $\theta_{inp} = 16,81^\circ$, $e_{inp} = 4,04^\circ$. Тобто, дана еліптична поляризація вхідної хвилі зміниться на ортогональну після взаємодії хвилі з розглянутим середовищем. Розв'язуючи рівняння $\chi_{inp}\chi_{out}^* = -1$, наприклад при $e_{inp} = 0$, отримуємо значення азимуту $\theta_{inp} = 7,7^\circ$, що описує орієнтацію лінійної поляризації, яка, знову ж таки, ортогоналізується даним середовищем. З рис. 3, можна бачити, що згідно класифікації, представленій у [8], в поздовжньо неоднорідному середовищі з лінійним двопронезаломленням у загальному випадку існує нескінченна кількість (континуум) станів поляризації повністю поляризованого вхідного випромінювання, що ортогоналізуються.

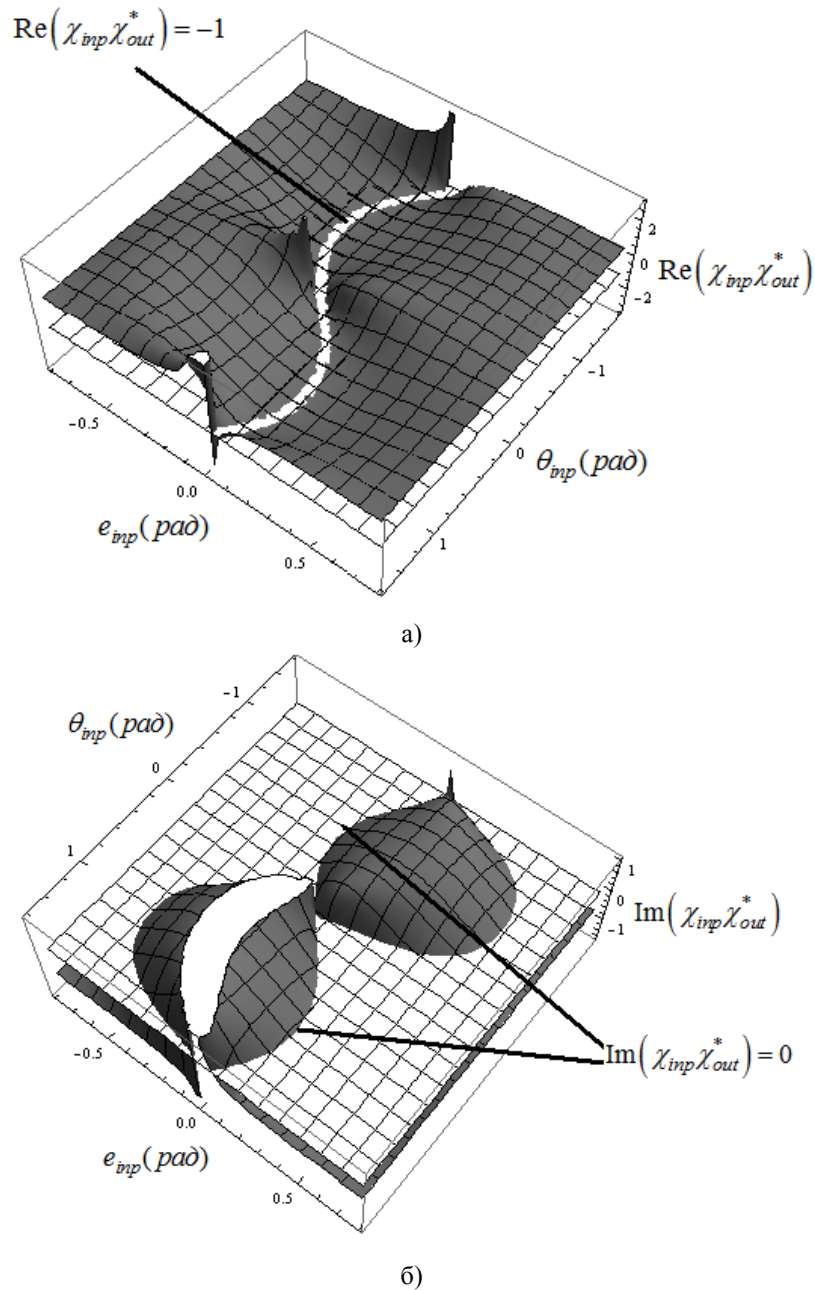


Рис. 3. Залежність добутку $\chi_{in} \chi_{out}^*$ від параметрів поляризації θ_{in}, e_{in} вхідної хвилі для поздовжньо неоднорідного середовища з лінійним двоприменезаломленням і параметрами $\delta_0 = \pi$ [рад/мм], $\alpha_0 = 0,92$ [рад/мм], $z = 2$ мм: а) дійсна частина $\chi_{in} \chi_{out}^*$;

б) уявна частина $\chi_{in} \chi_{out}^*$

Висновки

Проведений аналіз ортогоналізуючих властивостей поздовжньо неоднорідного середовища з лінійним двоприменезаломленням показав, що для такого сере-

довища в загальному випадку існує континуум станів поляризації вхідного випромінювання, що ним ортогоналізуються на заданій товщині. Результати аналізу таких властивостей середовища можуть бути використані для отримання більшої кількості достатньо важливої інформації про характеристики холестеричних кристалів і скручених нематиків, що використовуються, зокрема, при створенні дисплеїв різноманітних сучасних пристроїв.

1. *Progress in the Development of Polymer Cholesteric Liquid Crystal Flakes for Display Applications* / Kosc T.Z., Marshall K.L., Trajkovska-Petkoska A. [et al.] // *Displays*. — 2004. — Vol. 25. — Iss. 5. — P. 171–176.

2. *Coates D. Low-Power Large-Area Cholesteric Displays* / D. Coates // *Information Display*. — 2009. — Vol. 25, N 03. — P. 16–19.

3. *Transmission Type Twisted Nematic Liquid Crystal Display for Three Gray-Level Phase-Modulated Holographic Data Storage Systems* / Das B., Vyas S., Joseph J. [et al.] // *Optics and Lasers in Engineering*. — 2009. — Vol. 47. — Iss. 11. — P. 1150–1159.

4. *Accurate Color Predictability Based on a Spectral Retardance Model of a Twisted-Nematic Liquid-Crystal Display* / Martínez J.L., García-Martínez P., del Mar Sánchez-López M. [et al.] // *Optics Communications*. — 2011. — Vol. 284. — Iss. 10–11. — P. 2441–2447.

5. *Azzam R.M.A. Ellipsometry and Polarized Light* / R.M.A. Azzam, N.M. Bashara. — New York: North-Holland Publishing Company, 1977. — 584 p.

6. *Azzam R.M.A. Simplified Approach to the Propagation of Polarized Light in Anisotropic Media-Application to Liquid Crystals* / R.M.A. Azzam, N.M. Bashara // *J. Opt. Soc. Am.* — 1972. — Vol. 62. — P. 1252–1257.

7. *Коломієць И.С. Условия ортогональности собственных поляризаций для первой и второй теорем эквивалентности Джонса в приближении однородной и слоистой среды* / И.С. Коломієць, Е.А. Оберемок, С.Н. Савенков // *Металлофизика и новейшие технологии*. — 2011. — Т. 33. — С. 493–502.

8. *Azzam R.M.A. Polarization Orthogonalization Properties of Optical Systems* / R.M.A. Azzam // *Appl. Phys. A*. — 1977. — Vol. 13. — P. 281–285.

9. *Savenkov S.N. Orthogonal Properties of Homogeneous Anisotropy Medium* / S.N. Savenkov, Y.V. Aulin // *Proc. of SPIE*. — 2007. — Vol. 6536. — P. 65360D.

Надійшла до редакції 14.02.2013