УДК 004.942.519.87 (045)

О. Г. Додонов, А. І. Кузьмичов
Інститут проблем реєстрації інформації НАН України
вул. М. Шпака, 2, 03113, Київ, Україна

Оптимізаційне електронно-табличне моделювання багатоцільових системних задач

Унікальний, складно організований, багатодисциплінарний системний комплекс розглядається як узгоджена за багатьма вимогами та цілями мегасистема, що характеризується багаторівневою структурою, яка складена з багатьох різнорідних об'єктів і їхніх груп з різними локальними функціями, вимогами та цілями, високою складністю загальної і внутрішніх взаємодій окремих складових. На етапі моделювання поведінки мегасистеми на будь-якому часовому проміжку, де визначені локальні й узагальнені цілі, основні вимоги та передбачені необхідні ресурси, застосовуються специфічні аналітичні методи та засоби багатоцільової оптимізації масштабних задач.

***Ключові слова**: багаторівнева структура, багатооб'єктність, багатоцільова оптимізація, цільове програмування, системна інженерія, системний менеджмент, SoS, systems engineering and management.*

Агафья Тихоновна: *«Если бы губы Никанора Ивановича да приставить к носу Ивана Кузьмича, да взять сколько-нибудь развязности, какая у Балтазара Балтазарыча, да, пожалуй, прибавить к этому еще дородности Ивана Павловича — я бы тогда тотчас же решилась».*
Н.В. Гоголь. «Женитьба». 1833

Вступ

Кожна мегасистема досліджується оптимізаційним та імітаційним моделюванням [1] як узгоджена за багатьма вимогами і цілями «Система систем» (System of Systems, SoS). Світова практика визначилася, що проектування, розробка, реалізація та супроводження SoS протягом її життєвого циклу мають здійснюватися за підходами і методологією системної інженерії [2–4], що базуються на стійкій платформі загальновизнаних принципів і міжнародних стандартів [5]. Для моделювання застосовуються методи та інструментальні засоби багатоцільової оптимі-

© О. Г. Додонов, А. І. Кузьмичов

зації (Multi-Objective Optimization, MOO, [6]), аби найкраще узгодити цілі, потреби і роль кожної зі складових, часто конфліктуючих між собою, за умови наявності обмежених ресурсів місцевого та колективного користування. Зокрема, специфіка популярних методів цільового програмування (ЦП, Goal Programming, [7]) у складі MOO полягає у надзвичайно відповідальній ролі ОПР (осіб чи органів, що приймають рішення), бо, на відміну від однозначно визначеного оптимуму в одноцільовій оптимізаційній задачі, у ЦП мова йде про пошук компромісного[1] або, як кажуть, досить прийнятного рішення, відомого в літературі під назвами Парето-оптимального[2] чи «ефективного» рішення, де треба одночасно і найкращим чином узгодити велику кількість різних і суперечливих цілей. У відповідній математичній моделі задачі багатоцільової оптимізації задані коефіцієнти цільової функції й обмежень математичної моделі, які суб'єктивно відображають спектр пріоритетів чи переваг, явно визначений саме ОПР, звідси — надзвичайно важлива роль оптимізаційного моделювання задач організаційного управління на всіх ланках життєвого циклу досліджуваної мегасистеми, де застосовуються засоби ЦП, що реалізовані спеціалізованими програмними продуктами електронно-табличного моделювання [8].

У наші дні, коли ми є свідками успішної реалізації надзвичайно складних проектів типу здійснення унікальних космічних експериментів, глобальних техніко-економічних стосунків чи електронних комунікацій, де вдало враховано суперечливі цілі складових, добре усвідомлюється той факт, що переважна більшість задач прийняття рішень за своєю суттю це непростий вибір, який здійснюється, і рішення має бути оціненим більш ніж за одним критерієм типу «дешево і сердито». Вибір — це завжди результат будь-якого випробовування: іспиту, спортивної гри, конфлікту, купівлі-продажу тощо. Зазвичай, це компроміс, де можливі яскраві та вражаючі «плюси» — досягнення бажаного, задоволення й вигоди — супроводжуються наче тінню певними невідворотними «мінусами» як-то негативних впливів на оточуюче середовище, невиправданих сподівань, жалю, втрат чи витрат, кінцевий результат — успіх, перемога, невдача, шанс чи поразка — є наслідком запропонованої ОПР (особисто виконавцем, тренером, командиром, керівником проекту) загальної організації процедури прийняття рішення, розподілом ваги та границь впливу факторів у складі їхньої комбінації. Висновок: у таких ситуаціях не існує єдиної найкращої альтернативи (комбінації шуканих величин), а є множина *досить прийнятних* для ОПР Парето-альтернатив, буває, нескінченного розміру.

Задачі пошуку кращого, на погляд ОПР, рішення вибором із множини комбінацій шуканих змінних, часто за власною природою несумісних, але міцно зв'язаних між собою, виникають усюди і завжди, тож бажано, аби відповідний аналітичний апарат (математичні методи і програмні засоби) з пошуку «ефективної», обґрунтованої і зваженої комбінації значень цих змінних — «золотої середини» — був звичайним і звичним робочим інструментом ОПР, і цей інструмент повинен

[1] де покращення однієї шуканої величини неодмінно погіршить значення інших шуканих величин, типовий компроміс в управлінні проектами time-cost (тривалість-витрати), на жаргоні «перетягування канату чи ковдри».

[2] M. Ehrgott. Vilfredo Pareto and Multi-Objective Optimization // Documenta Mathematica, 2012. — P. 447–453.

знаходити якнайширше застосування при прийнятті будь-яких рішень, будь-де і будь-коли: у сім'ї чи в робочому колективі, при визначенні державної політики чи в розробці бюджету, у виготовленні складної техніки чи наданні певних послуг тощо.

Методологічною основою здійснення цих дій для складних об'єктів і процесів є підходи системної інженерії та системного менеджменту. Хоча історія МОО сходить до XIX ст. з уведенням рівноваги у споживчій економіці відомими економістами Ф. Еджвортом (1845–1926) та В. Парето (1848–1923), сплеск до її потужного розвитку та масового застосування припадає на 1960-ті роки, коли виявилися недоліки й обмеження однокритеріальної оптимізації, результат — формування методології та аналітичного апарату МОО для одночасної оптимізації двох чи більше конфліктуючих цільових функцій у заданій області визначення, зокрема, методології цільового програмування.

ЦП є розширеною версією лінійного програмування (ЛП), апарат якого, як виявилося, досить добре пристосований для прийняття багатоцільових рішень в умовах заданих цільових значень критеріїв досяжності, його популярність ґрунтується на розвинених інструментах і досвіді розв'язання задач лінійної оптимізації великої розмірності. Зокрема, до таких інструментів відносять засоби оптимізаційного електронно-табличного моделювання, наприклад, Solver Excel (Поиск решения), ASP (Analytic Solver Platform), Open Solver тощо.

Цільове програмування

Цільове програмування було визначено як специфічне застосування ЛП[3], тепер це важлива та популярна складова засобів багатокритеріальної оптимізації.

Ідея: встановлення узагальненого рівня досягнення кількох цілей за єдиним критерієм шляхом формування цілей як обмежень визначенням нових шуканих змінних — відхилень (девіацій, deviation) d_j^+, d_j^- для окремих j-х цілей, мінімізації зважених сум певних змінних відхилень з метою знайти оптимальне рішення, яке найкращим чином задовольняє всі цілі відповідним компромісом.

Інтуїтивно всі цілі — це виокремлені області, множини шуканих змінних у яких зазвичай не перетинаються (інакше методи ЛП спрацювали би якнайкраще), наприклад, це область обмежених ресурсних можливостей і область завищених побажань щодо використання цих ресурсів. Пошук компромісу зводиться до задачі класу оптимальних упаковок об'єктів різної форми, тобто, до раціональних змін границь цих областей, аби знайти позицію дотику деформованих областей у вигляді узгодженого набору шуканих невідомих. Характерна ілюстрація пошуку такого дотику — зустрічний жест двох рук, домінуючого Бога і невпевненого Адама, що пробуджується до життя, на знаменитій фресці Мікеланджело «Створення Адама» (1511 р.).

[3] A. Charnes, W. Cooper. Management Models and Industrial Applications of Linear Programming. — 1961.

Силу і напрямок руху до таких змін визначає зважена цільова функція (ЦФ) згідно пріоритетів можливостей чи побажань (вагові коефіцієнти ЦФ), визначених ОПР, які неодмінно треба врахувати, здійснивши зважений і зустрічний рух.

Згідно теорії управління змінами [9], зважена сума змін у той чи інший бік має бути як найменшою, бо зміни — це певне подолання опору будь-якої природи[4] з вимушеним залученням додаткових ресурсів плюс приховані ризики щодо наслідків, звідси визначається основний критерій багатоцільової оптимізації — мінімум цільової функції.

Математична модель задачі ЦП

I. Знайти вектори:

$X = \{x_i\}$, $i = 1, \ldots, n$; n — кількість основних невідомих;

$N = \{d_j^-\}$, $P = \{d_j^+\}$, $j = 1, \ldots, m$; m — кількість цілей, d_j^-, d_j^+ — негативні та позитивні «м'які» відхилення від жорстких обмежень (правих частин), щоб

II. ЦФ $Z = \sum_{j=1}^{m} \left(\alpha_j d_j^- + \beta_j d_j^+ \right) \to \min,$

де α_j, β_j — вагові коефіцієнти:

$\alpha_j = 0$, якщо зменшення ПЧ небажане, інакше $\alpha_j = a_j$,

$\beta_j = 0$, якщо збільшення ПЧ небажане, інакше $\beta_j = b_j$,

де a_j, b_j — значення, що визначають переваги ОПР.

III. За обмежень:

$f(x_i) + d_j^- + d_j^+ = d_i$, де d_i — права частина (ПЧ),

$d_j^- \times d_j^+ = 0,$

$x_i, d_j^-, d_j^+ \geq 0.$

Приклад 1. План випуску продукції.

Цей приклад із двома основними змінними (x_1, x_2) вибраний аби графічним розв'язком відповідної оптимізаційної задачі ЛП проілюструвати у наочній формі суть ЦП.

Постановка задачі. Два продукти виготовляються у кількостях x_1 та x_2, висувається 5 приблизних цілей щодо плану випуску цих продуктів, які (цілі) треба одночасно досягти: три цілі визначають обмежені ресурсні можливості (умова: не більше, ніж), 2 цілі визначають бажаний очікуваний ефект від їхнього виготовлення (умова: не менше, ніж).

Ось ці цілі:

1) $5x_1 + 2{,}3x_2 \approx 120$ (витрати робочого часу);

2) $100x_1 + 235x_2 \approx 6000$ (витрати енергії);

3) $x_1 + 1{,}2x_2 \approx 40$ (витрати матеріалів);

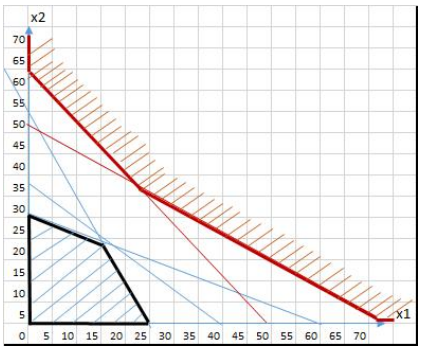
4) $6x_1 + 5x_2 \approx 300$ (економічний ефект);

5) $5x_1 + 8x_2 \approx 400$ (соціальний ефект)

$x_1, x_2 \geq 0$, символ ≈ — приблизно дорівнює.

[4] згадаймо світову історію, коли зміна влади досягалася революціями та громадянськими війнами.

Цілі суперечливі, це видно на рисунку, якщо замінити символ «≈» на символи «≤» для ресурсів та «≥» для ефектів, є дві області значень, замкнена для ресурсів і відкрита для ефектів, де нема ані однієї спільної точки (несумісна система нерівностей).



Пошук рішення — це рух областей назустріч аж до їхнього дотику шляхом деформації форм областей за рахунок зміни правих частин нерівностей, аби визначити спільну точку для усіх цілей.

Згідно крилатого вислову «якщо гора не йде до Магомета, то Магомет іде до гори», є три варіанти:

1) Магомет (область ресурсів) вирішив йти до гори (область побажань), це, фактично, рішення ОПР досягти цілей щодо очікуваних показників ефективності, для цього перші три цілі-нерівності *збільшують* свої праві частини (запаси робочого часу, енергії і матеріалів), на діаграмі їхні графіки паралельним переносом вправо зсуваються вгору до дотику із крайньою зліва точкою області Г;

2) припускаємо, що гора йде до Магомета, це рішення ОПР із-за відсутності наявних ресурсних резервів («маємо те, що маємо»), значить — дві цілі-нерівності області очікуваних ефектів *зменшують* свої праві частини, тоді їхні графіки паралельним переносом вліво зсуваються у напрямку до нуля аж до дотику із крайньою точкою справа області ресурсів;

3) обидві області погодилися на компроміс, разом змінюючи свої праві частини.

У цих варіантах збільшення/зменшення значень ПЧ обмежень — розв'язок задачі.

Вказані варіанти — це відома в лінійному програмуванні трансформація системи нерівностей у систему рівнянь уведенням допоміжних шуканих змінних, для випадку «приблизно дорівнюють» — двох змінних d_j^- (n_j) та d_j^+ (p_j), що зменшують чи збільшують значення правих частин заданих нерівностей (у них одиничні вагові коефіцієнти, міра в одиницях ПЧ, найкраще, у грошовому вимірі, щоби оцінити загальну вартість вимушених змін).

У наведеному нижче прикладі така трансформація має наступний вигляд:

1) $5x_1 + 2{,}3x_2 \approx 120 - n_1 + p_1$ $\Rightarrow$ $\mathbf{5}x_1 + \mathbf{2{,}3}x_2 - p_1 + n_1 = \mathbf{120}$;

2) $100x_1 + 235x_2 \approx 6000 - n_2 + p_2$ $\Rightarrow$ $\mathbf{100}x_1 + \mathbf{235}x_2 - p_2 + n_2 = \mathbf{6000}$;

3) $x_1 + 1{,}2x_2 \approx 40 - n_3 + p_3$ $\Rightarrow$ $x_1 + \mathbf{1{,}2}x_2 - p_3 + n_3 = \mathbf{40}$;

4) $6x_1 + 5x_2 \approx 300 - n_4 + p_4$ $\Rightarrow$ $\mathbf{6}x_1 + \mathbf{5}x_2 - p_4 + n_4 = \mathbf{300}$;

5) $5x_1 + 8x_2 \approx 400 - n_5 + p_5$ $\Rightarrow$ $\mathbf{5}x_1 + \mathbf{8}x_2 - p_5 + n_5 = \mathbf{400}$.

Три варіанти— це три задачі лінійного цільового програмування, де дозволи ОПР «збільшити/зменшити» задають відповідними обмеженнями.

Задача оптимізації

І. Шукані змінні: основні (x_1, x_2) та допоміжні для відхилень (n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5).

ІІ. Цільова функція (варіанти):

$(n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5) \rightarrow$ min, пріоритет — фіксовані ресурси;
$(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5) \rightarrow$ min, пріоритет — фіксовані показники ефективності;
$(n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5) + (p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5) \rightarrow$ min, обопільний пріоритет.

III. Обмеження:

Варіант 1	**Варіант 2**	**Варіант 3**
$5x_1 + 2{,}3x_2 + n_1 = 120$	$5x_1 + 2{,}3x_2 - p_1 = 120$	$5x_1 + 2{,}3x_2 - p_1 + n_1 = 120$
$100x_1 + 235x_2 + n_2 = 6000$	$100x_1 + 235x_2 - p_2 = 6000$	$100x_1 + 235x_2 - p_2 + n_2 = 6000$
$x_1 + 1{,}2x_2 + n_3 = 40$	$x_1 + 1{,}2x_2 - p_3 = 40$	$x_1 + 1{,}2x_2 - p_3 + n_3 = 40$
$6x_1 + 5x_2 = 300$	$6x_1 + 5x_2 - p_4 = 300$	$6x_1 + 5x_2 - p_4 + n_4 = 300$
$5x_1 + 8x_2 = 400$	$5x_1 + 8x_2 - p_5 = 400$	$5x_1 + 8x_2 - p_5 + n_5 = 400$

Граничні умови: $x_1, x_2, n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 \geq 0$.

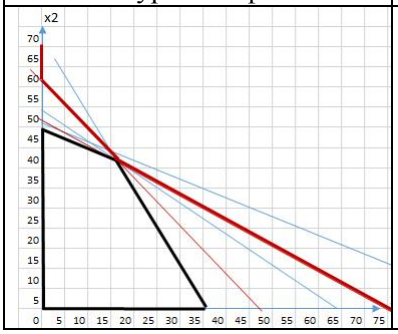
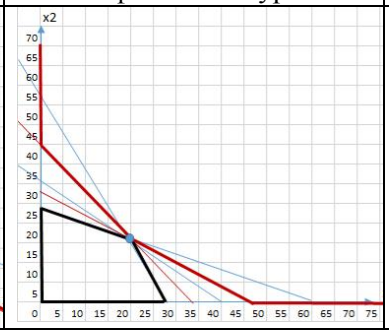
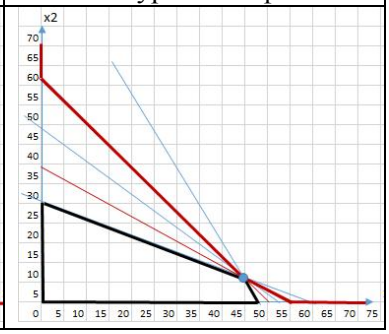
Результати:

Варіант 1: X = (17,4; 39,1), збільшення ресурсів: 120 → 177; 6000 → 10934; 40 →64.

Варіант 2: X = (19,1; 17,4), зменшення рівнів ефективності: 7000 → 2363,6; 5000 → 2363,6.

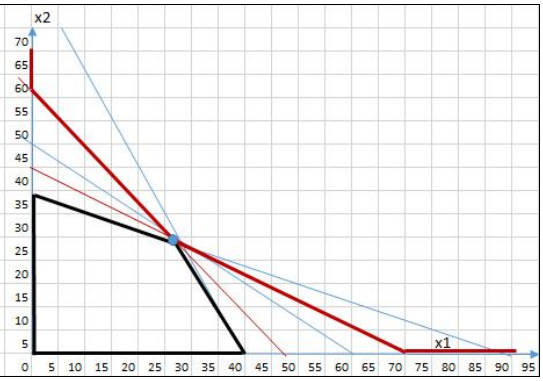
Варіант 3: X = (44,5; 6,6), збільшення ресурсів: 120 → 237; 6000; 40 →52; зменшення рівнів ефективності: 300; 400 → 275.

Графічні розв'язки:

Ресурси→Ефекти	Ефекти→Ресурси	Ресурси ↔ Ефекти
		

Модифікація варіанту 1: ОПР погодився на зростання запасів ресурсу 2 лише до 3000 од., замість 6000 од., результат:

	x1	x2		ПЧ	p	n	ЛЧ	Реально
Ресурс 1	5	2,3	≈	120	0	80,8	120	200,8
Ресурс 2	100	235	≈	6000	0	3000,0	6000	9000,0
Ресурс 3	1	1,2	≈	40	0	19,7	40	59,7
Ефект 1	6	5	≈	300	0,00	0	300	300,0
Ефект 2	5	8	≈	400	48,90	0	400	351,1
План	28,02	26,37			48,9	3100,4		
					ЦФ	SV		
					рес 2	3000		
					доп. приріст			



Модифікації моделей GP стосуються:

— лінійности/нелінійності ЦФ;

— неперервності/дискретності шуканих невідомих;

— визначених/невизначених умов прийняття рішень;

— способів завдання коефіцієнтів девіантних змінних і методів пошуку оптимуму.

Приклад 2. Дерево цілей.

Побудовану модель можна використати для реалізації дерева цілей, де результати цілі певного рівня розгалужуються на цілі нижчого рівня, де застосовуються інші ресурси на обмеження на них. На прикладі дерева з двох рівнів: міністерство → заводи, x_1 од. першого продукту передано на завод 1, а x_2, відповідно, заводу 2, разом 3 модулі.

Оптимізаційна модель узагальнює 3 цільових функцій, 3 набори шуканих невідомих й обмежень.

	Міністерство									
	x1	**x2**		ПЧ	d+	d-	ЛЧ	реально		514,00	заг ЦФ
Ресурс 1	5	2,3	≈	120	0	39,5	120	159,5			
Ресурс 2	100	235	≈	6000	0	25,0	6000	6025,0			
Ресурс 3	1	1,2	≈	40	0	3,0	40	43,0			
Ефект 1	6	5	≈	300	75,00	0	300	225,0			
Ефект 2	5	8	≈	400	155,00	0	400	245,0			
План	**25**	**15**			297,50	ЦФ0					

	Завод 1								
	Цех 1	Цех 2	Цех 3						
	x11	**x12**	**x13**		ПЧ	d+	d-	ЛЧ	реально
Ресурс 1	1	2,3	0,2	≤	50	0	1,0	50	51,0
Ресурс 2	3	9	2,1	≤	70	0	125,0	70	195,0
Ресурс 3	1	1,2	0,9	≤	14	0	15,0	14	29,0
Замовлення	1	1	1	=	**25**	0	0,0	25	25
План	**5**	**20**	**0**			141,00	ЦФ1		

	Завод 2										
	Цех 1	Цех 2	Цех 3	Цех 4	Цех 5						
	x21	**x22**	**x23**	**x24**	**x25**		ПЧ	d+	d-	ЛЧ	реальнс
Ресурс 1	1,3	2,1	1,0	1,5	2,1	≤	30	0	1,5	30	31,5
Ресурс 2	2	7	5	2	1	≤	50	0	1,0	50	51,(
Ресурс 3	1,6	1,5	2	4	3	≤	18	0	18,0	18	36,(
Ресурс 4	3	7	2	1	0	≤	33	0	9,0	33	42,(
Ресурс 5	7	9	0	2	1	≤	17	0	46,0	17	63,(
Замовлення	1	1	1	1	1	=	**15**	0	0,0	15	15
План	**0**	**6**	**0**	**0**	**9**			75,50	ЦФ2		

Приклад 3. Управління проектами за компромісним критерієм time-cost.

У практиці проектно-орієнтованого організаційного управління [10] популярний підхід за часовим параметром, за яким відшукуються часові характеристики проекту (довжина критичного шляху, ранні/пізні моменти початку/завершення та резерви часу робіт), доповнюється час-вартісним (time-cost) критерієм, де відшукується компроміс між конфліктуючими параметрами — тривалістю й вартістю: чим коротша тривалість роботи, тим вона дорожча, і навпаки.

Постановка задачі. Мегапроект складається із m різних проектів (m = 10), кожен з яких заданий час-вартісною функцією $c(t)$, на початковому етапі розробки мегапроекту виникає потреба оцінити реальні тривалості й вартості цих проектів, враховуючи централізоване керування та ресурсне забезпечення, згідно заданих граничних даних, щоби мінімізувати зважену суму відхилень (ваговим коефіцієнтом є пріоритет часу чи вартості, чим він нижчий, тим скоріше буде змінений).

Результат:

			Цілі										
			Пріоритет		Час		Вартість		Тривалість		Вартість		
	Тривалість (X)	Вартість	Час	Вартість	d+	d-	d+	d-	ЛЧ	ПЧ	Витрати (ЛЧ)	Бюджет (ПЧ)	ЦФ
Проект-1	12,28	0,5	1	2	0	0,28	0	0	12	12	0,5	0,5	0,28
Проект-2	3,00	5,8	5	1	0	0,00	4,79	0	3	3	1,0	1,0	4,79
Проект-3	7,89	3,0	2	4	0	1,89	0	0	6	6	3,0	3	3,79
Проект-4	8,77	2,5	1	3	0	1,77	0	0	7	7	2,5	2,5	1,77
Проект-5	7,02	3,5	1	3	0,98	0	0	0	8	8	3,5	3,5	0,98
Проект-6	6,14	4,0	1	4	2,86	0	0	0	9	9	4,0	4	2,86
Проект-7	3,51	5,5	1	4	6,49	0	0	0	10	10	5,5	5,5	6,49
Проект-8	9,65	2,0	2	4	1,35	0	0	0	11	11	2,0	2	2,70
Проект-9	12,00	0,7	3	4	0	0	0	7	12	12	7,5	7,5	27,36
Проект-10	0,00	7,5	2	6	13,00	0	0	4,50	13	13	12,0	12	53,00
													104,03

Згідно визначених ОПР пріоритетів цілей, певні проекти скорочують/подовжують тривалості із відповідними змінами вартісних границь.

1. *Rainey L.* Modeling and Simulation Support for Systems of Systems Engineering Applications / L. Rainey, A. Tolk. — Wiley, 2015. — 641 p.

2. *Goode H.* System Engineering: An Introduction to the Design of Large-scale Systems / H. Goode, R. Machol. — 1957. (Пер. с англ. Г. Гуд, Р. Макол. Системотехника. Введение в проектирование больших систем, 1962).

3. *Hall A.* A Methodology for Systems Engineering / A. Hall. — 1965. (Пер. с англ. А. Холл. Опыт методологии для системотехники, 1975).

4. *Handbook* of Systems Engineering and Management; ed. A. Sage, W. Rouse. — [2 ed.] — Wiley, 2009. — 3143 p.

5. *INCOSE* Systems Engineering Handbook. A Guide for System Life Cycle Processes and Activities. — INCOSE, 2006. — 185 p.

6. *Кини Р.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / Р. Кини, Х. Райфа: пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1981. — 560 с.

7. *Jones D.* Practical Goal Programming / D. Jones, M. Tamiz. — Springer, 2010. — 180 p.

8. *Кузьмичов А.І.* Оптимізаційні методи і моделі: Практикум в Excel / А.І. Кузьмичов. — К.: АМУ, 2013. — 438 с.

9. *Харрингтон Дж.* Совершенство управления изменениями / Дж. Харрингтон; пер. с англ. — М.: РИА «Стандарты и качество», 2008. — 192 с.

10. *Додонов О.Г.* Підтримка прийняття рішень у проектно-орієнтованому організаційному управлінні / О.Г. Додонов, А.І. Кузьмичов, В.В. Бочаров // Реєстрація, зберігання і оброб. даних. — 2015. — Т. 17, № 3. — С. 83–91.

Надійшла до редакції 19.09.2016