

УДК 004.5

В. Г. Путятин

Інститут проблем регистрації інформації НАН України
ул. Н. Шпака, 2, 03113 Київ, Україна

Вибір раціонального варіанта техніческої реалізації сложної организаціонно-техніческої системи в умовах многокритеріальності

Рассмотрена методика выбора компромиссного варианта технической реализации сложной организационно-технической системы с учетом множества аддитивных критериев.

Ключевые слова: система, варіант, задача, оптимизация, многокритеріальність, метод, компроміс.

Введение

В последние годы широкое применение находит новый класс объектов и систем различной физической природы и назначения, обладающих высокой структурной сложностью, которые условно обозначены как сложные организационно-технические системы (СОТС) и которые содержат наряду с традиционными техническими компонентами также активные (организационные) элементы [1–3].

В процессе разработки СОТС одной из важных задач является выбор технического облика системы (ТОС) и рационального по совокупности показателей качества (критериев оптимальности) варианта технической (приборной¹) реализации (ТР) системы в условиях многокритериальности. Как правило, оценка решения производится по одному аспекту или критерию. На практике решение нужно оценить с различных сторон, учитывая физические (габариты, вес), экономические (стоимость, ресурсоемкость), технические (реализуемые функции) и другие критерии. Все это требует построения модели оптимизации решений одновременно по нескольким критериям [4–7].

Целью статьи является описание методики выбора рационального (компромиссного) по совокупности аддитивных показателей качества (критериев оптимальности) варианта технической (приборной) реализации СОТС.

© В. Г. Путятин

¹ Прибор — устройство или приспособление для выполнения определенной задачи, производства какой-нибудь работы, управления, регулирования, контроля, вычислений; аппарат, механизм (по словарям Ушакова, Ефремовой).

Методы решения многокритериальных задач оптимизации

Многокритериальные задачи оптимизации — это задачи проектирования (оптимизации), в которых используется не один, а несколько критериев [5–8]. На практике такие задачи возникают, когда проектируемый объект (система, подсистема, модуль) не может быть описан однокритериальной зависимостью, или объединить отдельные критерии в единый критерий не представляется возможным. Такое объединение критериев в единый критерий применяется, но это объединение, как правило, бывает формальным, искусственным. С математической точки зрения не существует идеального способа, метода решения таких задач. Каждый из них имеет преимущества и недостатки. Приведем некоторые методы решения многокритериальных задач оптимизации.

Метод аддитивной свертки критериев. Пусть критерии соизмеримы, например, нормированы и определен вектор весовых коэффициентов критериев $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K)$, характеризующих важность соответствующего критерия. Это значит, что $\alpha_i \geq \alpha_j$, если критерий f_i имеет приоритет над критерием f_j . При этом:

$$\sum_{k=1}^K \alpha_k = 1, \quad \alpha_k \geq 0.$$

Для аддитивного метода строится новая целевая функция

$$f(X) = \sum_{k=1}^K \alpha_k f_k(X)$$

и решается задача оптимизации скалярного критерия $z = f(X) \rightarrow \max$ при условии $X \in D$. Здесь $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ — множество точек, удовлетворяющих системе ограничений $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i$, $i = 1, 2, \dots, m$; D — допустимая область решений. Элементы множества D называются допустимыми решениями или альтернативами, а числовые функции f_k , $k = 1, 2, \dots, K$ — целевыми функциями, или критериями, заданными на множестве D .

Метод мультипликативной свертки критериев. Для мультипликативного метода подход к решению аналогичен, только целевая функция имеет вид:

$$f(X) = \prod_{k=1}^K f_k^{\alpha_k}(X), \text{ причем } \sum_{k=1}^K \alpha_k = 1, \quad \alpha_k \geq 0.$$

Основной и очень существенный недостаток методов свертывания критериев состоит в субъективности выбора коэффициентов α_k .

Метод поиска Парето — эффективных решений. Оптимальность по Парето означает, что нельзя дальше улучшать значение одного критерия, не ухудшая при этом хотя бы одного из остальных [5].

Метод главного критерия. Суть метода заключается в том, что выбирается основной (главный) среди критериев. Пусть это, например, $f_1(X)$. Все остальные целевые функции переводятся в разряд ограничений. В соответствии с требова-

ниями лица, принимающего решение, на все критерии накладываются определенные ограничения, которым они должны удовлетворять. Вводится система контрольных показателей \tilde{f}_k , относительно которых по всем критериям должны быть достигнуты значения, не меньше заданных значений \tilde{f}_k :

$$f_k(X) \geq \tilde{f}_k, k = 1, 2, \dots, K.$$

После выбора основного критерия и установления нижних границ для остальных критериев решается задача однокритериальной оптимизации

$$f_1(X) \rightarrow \max$$

при условиях

$$\begin{cases} f_k(X) \geq \tilde{f}_k, k = 1, 2, \dots, K, \\ X \in D. \end{cases}$$

Метод решения многокритериальных задач оптимизации с использованием обобщенного (интегрального) критерия. Суть данного метода заключается в том, что частные критерии $F_i(X)$, $i = 1, \dots, n$, каким-либо образом объединяются в один интегральный критерий $F(X) = \Phi(F_1(X), F_2(X), \dots, F_n(X))$, а затем находится максимум или минимум данного критерия. Если объединение частных критериев производится, исходя из объектной взаимосвязи частных критериев и критерия обобщенного, то тогда оптимальное решение будет корректно. Но такое объединение осуществить крайне сложно или невозможно, поэтому, как правило, обобщенный критерий есть результат чисто формального объединения частных критериев. В зависимости от того, каким образом частные критерии объединяются в обобщенный критерий различают следующие виды обобщенных критериев: *аддитивный; мультипликативный; максиминный (минимаксный)*.

Частный критерий — критерий оптимальности, согласно которому в качестве целевой функции (ЦФ) выбирается один из выходных параметров, а условия работоспособности остальных выходных параметров рассматриваются как ограничения задачи математического программирования.

Аддитивный критерий — критерий оптимальности, определяемый аддитивной ЦФ.

В них целевая функция получается путем сложения нормированных значений частных критериев. В общем виде целевая функция имеет следующий вид:

$$F(X) = \sum_{i=1}^n C_i \frac{F_i(X)}{F_i^0(X)} = \sum_{i=1}^n C_i f_i(X) \rightarrow \max(\min)$$

где n — количество объединяемых частных критериев; C_i — весовой коэффициент i -го частного критерия; $F_i(X)$ — числовое значение i -го частного критерия; $F_i^0(X)$ — i -й нормирующий делитель; $f_i(X)$ — нормированное значение i -го частного критерия.

Мультипликативный критерий — критерий оптимальности в виде произведения частных критериев, образуется путем простого перемножения частных критериев в том случае, если все они имеют одинаковую важность. Целевая функция здесь записывается следующим образом:

$$F(X) = \prod_{i=1}^n C_i F_i(X) \rightarrow \min(\max),$$

где \prod — знак произведения; C_i — весовой коэффициент i -го частного критерия; $F_i(X)$ — числовое значение i -го частного критерия.

Мультипликативные критерии могут применяться в тех случаях, когда в техническом задании (ТЗ) отсутствуют условия работоспособности типа равенства, и выходные параметры не могут принимать нулевые значения.

Максиминный критерий — критерий оптимальности, в соответствии с которым в качестве целевой функции принимают выходной параметр (частный критерий), наиболее неблагополучный с позиций выполнения условий работоспособности.

Максиминный (минимаксный) критерий. Эти критерии работают по принципу компромисса, который основывается на идее равномерности. Сущность принципа максимина заключается в следующем. При проектировании сложных систем, при наличии большого числа частных критериев установить между ними аналитическую взаимосвязь очень сложно. Поэтому стараются найти такие значения переменных (параметров) $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, при которых нормированные значения всех частных критериев равны между собой: $C_i f_i(X) = K$, где C_i — весовой коэффициент i -го частного критерия; $f_i(X)$ — нормированное значение i -го частного критерия; K — константа.

При большом количестве частных критериев из-за сложных взаимосвязей добиться выполнения указанного выше соотношения очень сложно. Поэтому на практике так варьируют значениями переменных проектирования x_1, x_2, \dots, x_m , при которых последовательно «подтягиваются» те нормированные критерии, численные значения которых в исходном решении оказались наименьшими. Поскольку эта операция производится в области компромисса, то подтягивание «отстающего» критерия неизбежно приводит к снижению значений части остальных критериев. Но при проведении ряда шагов можно добиться определенной степени уравновешивания противоречивых частных критериев, что и является целью принципа максимина.

При наличии нескольких критериев выбирают:

- а) *аддитивный критерий*, если существенное значение имеют абсолютные значения критериев при выбранном векторе параметров X ;
- б) *мультипликативный критерий*, если существенную роль играет изменение абсолютных значений частных критериев при вариации вектора X ;
- в) *максиминный (минимаксный) критерий*, если стоит задача достижения равенства нормированных значений противоречивых (конфликтных) частных критериев.

Методы выбора рационального (компромиссного) решения

Проблема принятия сложного решения по выбору проектного варианта СОТС возникла в связи с необходимостью оптимизации разрабатываемой системы в условиях многокритериальности. Действительно, вариант СОТС, оптимальный по одному из критериев, в общем случае не является оптимальным по каждому из них. Оптимальный вариант системы в условиях многокритериальности всегда является компромиссным, т.е. наилучшим по совокупности критериев, но не оптимальным по каждому из них. Наилучшим компромиссным (рациональным) вариантом системы считают такой, который дает минимальные отклонения от оптимальных значений по всем критериям [8–15].

Задача принятия сложного решения принадлежит теории исследования операций [4]. В каждой из таких задач в явном или скрытом виде имеются некоторые дисциплинирующие условия, налагающие ограничения на круг решений, из которых выбирают компромиссное.

Рассмотрим кратко методы (способы) выбора компромиссного решения.

Пусть $f = \{f_r(v)\}, r \in I = \{1, 2, \dots, M\}$ — множество критериев, с учетом которых происходит выбор, причем будем считать, что все M критериев минимизируются. Здесь: I — множество индексов минимизируемых критериев; v — некоторая альтернатива (вариант), принадлежащая области эффективных альтернатив V и определяемая математической моделью задачи. В этом случае стоит задача выбора такой альтернативы, которая обеспечивает оптимум одновременно по всем критериям множества f [1–8]. Однако практически такой альтернативы не существует. Поэтому задача принятия сложного решения (когда учитывается одновременно несколько свойств проектируемой системы со своими критериями оценки) сводится к нахождению компромиссной альтернативы v_k , которая может не являться оптимальной ни для одной функции цели f_r , но оказывается наиболее приемлемой для всего множества критериев f .

Математическая проблема, возникающая при этом, состоит в том, что компромиссная альтернатива v_k должна принадлежать множеству эффективных альтернатив V^* , то есть множеству таких альтернатив, которые нельзя улучшить одновременно по всем критериям множества f . Математическое определение эффективных альтернатив V дано в [8, 9].

Поскольку для выбора компромиссной альтернативы v_k основным является отношение порядка на множестве критериев f , задаваемых обычно эвристически весовыми коэффициентами ρ_r , удовлетворяющих состояниям

$$\rho_r \in P^+ = \left\{ \rho_r : \rho_r > 0, \sum_{r \in I} \rho_r = 1 \right\}, \quad (1)$$

постольку определим, что будем иметь в виду под компромиссным решением.

Если критерии равнозначны, т.е. коэффициенты значимости этих критериев ($\rho_r = 1/M, \forall r \in I$), то компромиссным решением будет такое, для которого функции ($w(f(v)), \forall r \in I$), определяемые соотношениями [8]:

$$w_r(f_r(v)) = \frac{f_r(v) - f_r^0}{f_{r(\max)} - f_r^0}, \forall r \in I, \quad (2)$$

$$w_r(f_r(v)) = \frac{f_r(v) - f_r^0}{f_r^0}, \forall r \in I, \quad (3)$$

$$\hat{w}(f_r(v)) = \hat{w}_r^\mu(f_r(v)), \quad (4)$$

где $\mu \geq 2$ и является целым числом, принимают одинаковое наименьшее значение; f_r^0 — оптимальное значение критерия f_r .

Если же критерии неравноценны, то компромиссным решением будет такое, для которого функции

$$\tilde{w}(v) = \rho_r w_r(f_r(v)), \forall r \in I, \quad (5)$$

принимают одинаковое наименьшее значение.

Здесь $w_r(f_r(v))$ также определяется соотношениями вида (2)–(4), а ρ_r удовлетворяет соотношению (1).

Ниже приведены методы, с помощью которых осуществляется выбор компромиссного решения, и которые должны дать указанное выше решение (если оно существует) или, в противном случае, ближайшее к нему.

Метод [10] основывается на минимизации по $v \in V$ обобщенного критерия вида

$$W(v) = \sum_{r \in I} \rho_r w_r(v), \quad (6)$$

где $w_r(v)$ определяются соотношениями вида (2)–(4), а $\rho_r \in P^+$

Этот метод весьма критичен к выбору преобразования $w_r(v)$.

Второй метод отыскания компромиссной альтернативы [9, 10] основывается на минимизации по $v \in V$ обобщенного критерия вида

$$W(v) = \max_{r \in I} \rho_r w_r(v), \quad (7)$$

где $w_r(v)$ определяется выражениями (2)–(4), а $\rho_r \in P^+$. Этот подход также критичен к выбору монотонного преобразования. Поэтому, если в качестве $w_r(v)$ выбраны монотонные преобразования (2), то этот метод позволяет найти такую компромиссную альтернативу v_k , при которой

$$\tilde{w}(v_k) = k_0, \forall r \in I, \quad (8)$$

где k_0 — наименьшее возможное значение из интервала $(0,1)$, либо соотношение (8) выполняется лишь для части критериев, а для остальных $\tilde{w}(v_k) < k_0$.

Таким образом, если решение задачи (7) единственное и условие (8) выполняется, то это и будет искомое решение. В случае, когда условие (8) не выполняется, получаем решение, ближайшее к компромиссному.

Третий метод отыскания компромиссной альтернативы — метод ограничений [11] — основывается на минимизации по $v \in V$ обобщенного критерия вида (6) с учетом дополнительных ограничений на значения критериев множества I :

$$f_r(v) \leq f_r^*, \forall r \in I, \quad (9)$$

где f_r^* — допустимое значение критерия f_r .

Изложенная ниже методика принятия сложного проектного решения базируется на основе работ [1–6, 10–16]. Остановимся на идее алгоритма метода ограничений [11], который в дальнейшем используется для решения задачи выбора компромиссного варианта технической реализации системы.

В пространстве значений критериев компромиссная альтернатива является точкой пересечения луча, направляющие косинусы которого определяются заданным весовым вектором $\rho = \{\rho_r\} \in P^+$ с областью эффективных альтернатив. Существование указанной точки пересечения определяет существование определенного выше компромиссного решения, то есть такого решения, для которого однаковы минимальные возможные взвешенные потери по всем критериям $\rho_r w_r(v) = k_{0\min}, \forall r \in I$, где k_0 — параметр метода ограничений [10].

Метод ограничений [11] состоит в следующем. Строится итерационный процесс с параметрами $k_0 \in (0, 1/M)$, на каждом шаге которого проверяется совместность системы неравенств

$$\rho_r w_r(v) \leq k_0, \forall r \in I \quad (10)$$

для $v \in V$ и заданных $\rho_r \in P^+$. Параметр $k_0 \in (0, 1/M)$ ограничивает относительные потери $w_r(v), \forall r \in I$. Причем $k_0 = 0$ соответствует нулевым потерям, то есть одновременному достижению оптимальных значений по всем частным критериям f_r , а при $k = 1/M$ неравенства (10) удовлетворяются на всем множестве V . Уменьшая k_0 и тем самым уменьшая взвешенные потери по всем критериям, приближаемся к точке, обеспечивающей минимальные потери по всем критериям, то есть компромиссной. Процесс останавливается, когда наименьшее $k_0(l)$ (где l — номер шага), при котором система (10) на $v \in V$ еще совместна, отличается от ближайшего $k_0(l+1)$, при котором система (10) уже не совместна, не более чем на $\varepsilon > 0$. Величина ε задается заранее из соображений приемлемого времени решения задачи.

При этом, если решение единственное, то это есть компромиссная альтернатива v_k , лежащая на луче, определяемом заданным вектором ρ , или отстоящая от него не более, чем на величину ε . Если же решение не единственное, то получаем множество альтернатив, относительные потери для которых эквивалентны с точностью до ε .

Единственную компромиссную альтернативу v_k можно получить, оптимизируя на полученном множестве эквивалентных альтернатив обобщенный критерий вида

$$W = \sum_{r \in I} \rho_r W_r(v),$$

и минимизировать его на множестве

$$U' = \{v : \rho_r w_r(v) \leq k_{\min}, \forall r \in I\}.$$

Как известно из [6], этот критерий дает лишь эффективные решения.

Формирование альтернативных вариантов СОТС

Обычно [8–15] формирование вариантов системы осуществляется на основе традиционного опыта специалистов и реже — с учетом неформализованных экспертических оценок, которые характеризуются недостаточно полным учетом априорной информации о СОТС в процессе формирования всех возможных вариантов системы, недостаточной эффективностью использования времени и знаний специалистов, привлекаемых к решению задачи.

Задачу формирования вариантов необходимо решать в том случае, если отсутствует исходный набор вариантов системы, а также если выявляется, что исходный перечень вариантов СОТС неполон или неудовлетворителен. При этом определенную известность получили методы морфологического анализа, «мозговой атаки», построения дерева целей [13–16].

По-видимому, основной причиной отставания в развитии формализованных методов формирования вариантов является то, что эта задача по сравнению с задачей выбора наиболее предпочтительного варианта из заданного множества решается в условиях большой неопределенности информации о системе в отношении ее структуры, взаимодействия подсистем и приборов (элементов), требований к качеству и др.

Процесс построения множества вариантов СОТС можно отобразить с помощью общего дерева альтернатив — задач и технической реализации.

Дерево альтернативных вариантов технической (приборной, аппаратурной) реализации СОТС (вариант 1) представлено на рис. 1.

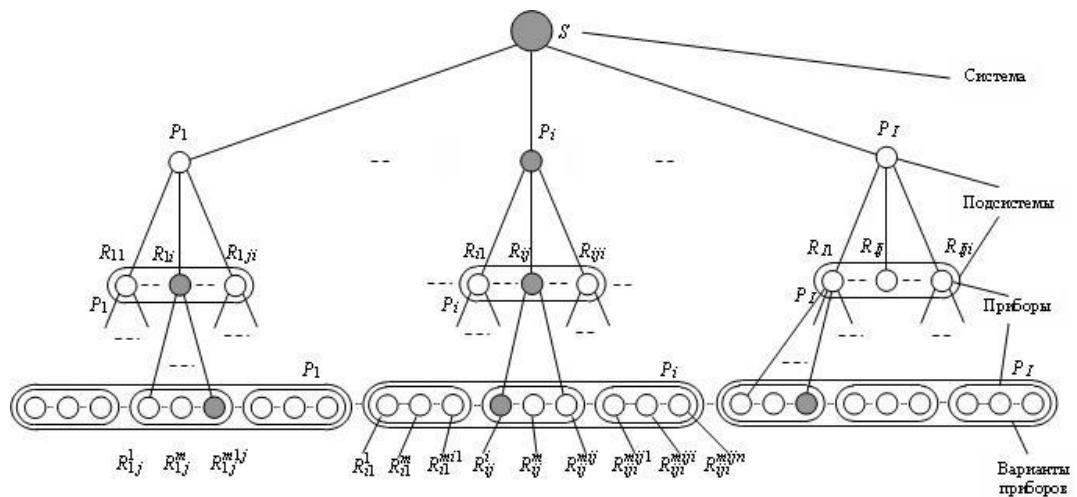


Рис. 1. Дерево альтернативных вариантов технической реализации системы (вариант 1)

Пусть система S состоит из I подсистем $S = (P_1, P_2, \dots, P_I)$. Каждая i -я подсистема P_i , $i \in [1 : I]$ реализуется с помощью соответствующего множества приборов R_i :

$$R_i = (R_{i1}, R_{i2}, \dots, R_{ij}, \dots, R_{ij_i}), j \in [1 : j_i].$$

Обозначим варианты (пути на графе) j -го прибора i -й подсистемы R_{ij} через $R_{ij}^1, R_{ij}^2, \dots, R_{ij}^m, \dots, R_{ij}^{m_{ij}}$, $m \in [1 : m_{ij}]$, где m_{ij} — число вариантов прибора R_{ij} . Тогда количество возможных вариантов ТР подсистемы P_i будет равно:

$$V_{P_i} = \prod_{j=1}^{j_i} m_{ij},$$

где j_i — число приборов подсистемы P_i .

Поскольку система S содержит I подсистем, то число возможных вариантов системы в целом определим по формуле:

$$V_S = \prod_{i=1}^I V_{P_i} = \prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^{j_i} m_{ij}.$$

Для построения множества вариантов СОТС могут использоваться также так называемые морфологические блоки [12–14], представляющие собой таблицы, в которых столбец соответствует различным подсистемам, входящим в состав системы, а строка — различным вариантам (модификациям) этих подсистем.

Пусть теперь система S состоит из I подсистем $S = (S_1, S_2, \dots, S_I)$.

Дерево альтернативных вариантов системы (вариант 2) представлено на рис. 2.

Каждая i -я подсистема S_i , $i \in [1 : I]$ решает множество задач $S_i = (S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{ij_i})$, где j_i — количество решаемых задач. Каждая S_{ij} задача реализуется некоторым множеством приборов, например, j -я задача i -й подсистемы S_{ij} реализуется с помощью R_{ij} приборов $R_{ij} = (R_{ij_1}, R_{ij_2}, \dots, R_{ij_k}, \dots, R_{ij_{k_j}})$. Каждый R_{ij_k} -й прибор имеет несколько вариантов технической реализации. Обозначим варианты ТР k -го прибора, решающего j -ю задачу i -й подсистемы R_{ij_k} через $(R_{ij_k}^1, \dots, R_{ij_k}^m, \dots, R_{ij_k}^{m_{ij_k}})$, где m_{ij_k} — число вариантов ТР прибора R_{ij_k} . Тогда число вариантов приборной реализации j -й задачи i -й подсистемы S_{ij} будет равно

$$V_{S_{ij}} = \prod_{k=1}^{k_{ij}} m_{ij_k},$$

где k_{ij} — число приборов, выполняющих задачу S_{ij} .

Количество возможных вариантов технической реализации всех j_i задач подсистемы S_i будет равно:

$$V_{S_i} = \prod_{j=1}^{j_i} V_{S_{ij}} = \prod_{j=1}^{j_i} \prod_{k=1}^{k_{ij}} m_{ij_k} .$$

Общее число вариантов технической реализации системы S в целом определяется по формуле:

$$V_S = \prod_{i=1}^I V_{S_i} = \prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^{j_i} \prod_{k=1}^{k_{ij}} m_{ij_k} .$$

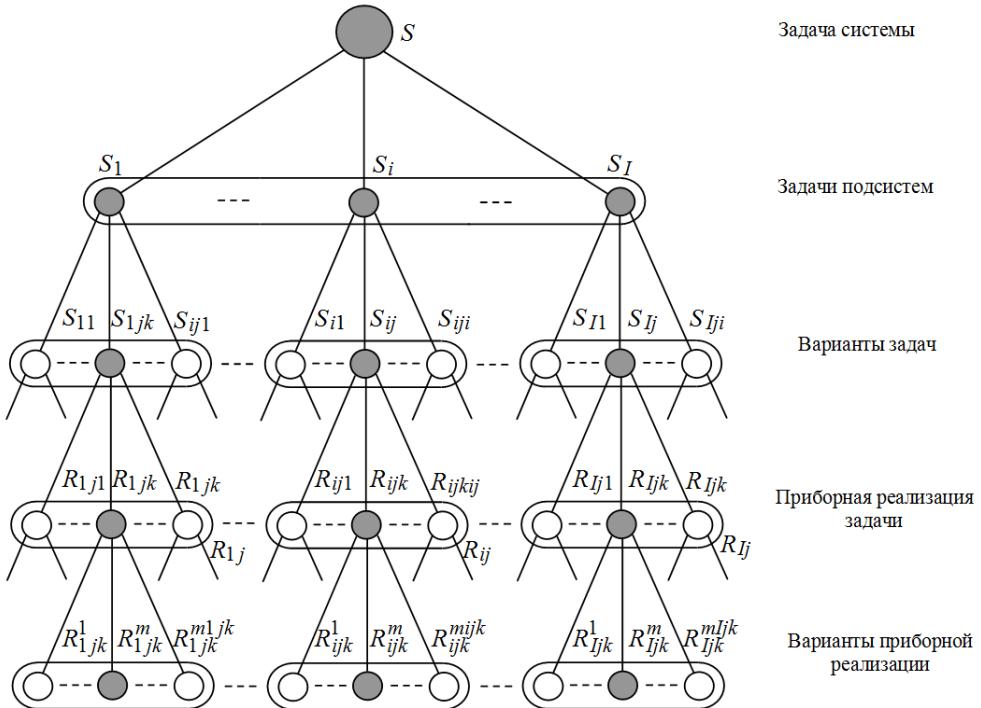


Рис. 2. Дерево альтернативных вариантов системы (вариант 2)

И, наконец, составим множество V_S вариантов системы S в общем случае.

Обобщенное дерево альтернативных вариантов технической реализации СОТС представлено на рис. 3.

Пусть система S состоит из I подсистем $S = (S_1, S_2, \dots, S_I)$. Каждая подсистема S_i решает множество задач, а i -я подсистема S_i решает задачи $(S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{ij}, \dots, S_{ij_i})$, где j_i — число задач, решаемых подсистемой S_i .

В свою очередь, каждая i -я задача имеет несколько вариантов решения. Варианты j -й задачи i -й подсистемы S_{ij} обозначим через $(S_{ij}^1, \dots, S_{ij}^m, \dots, S_{ij}^{m_{ij}})$, где m_{ij} — число конкурирующих вариантов решения задачи S_{ij} . Любая задача может решаться одним из возможных вариантов.

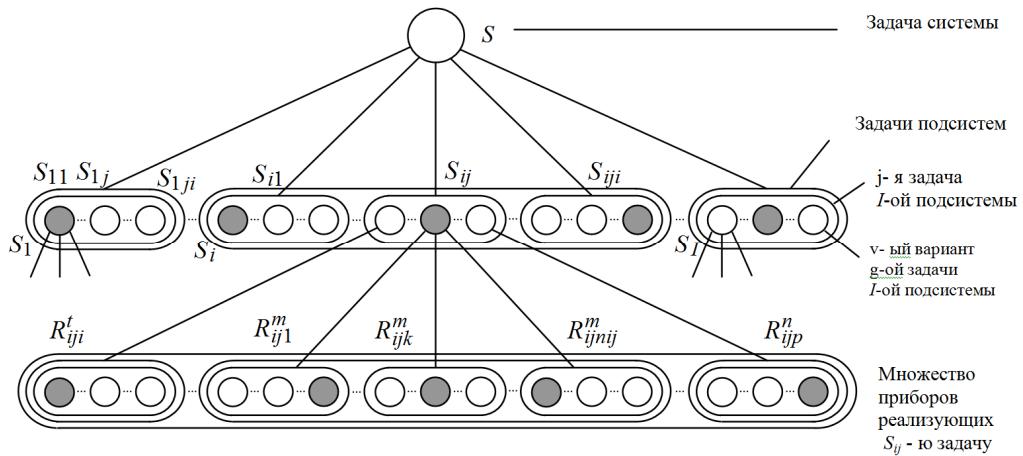


Рис. 3. Обобщенное альтернативное дерево реализации системы

Поскольку в i -й подсистеме S_i решается j_i задач, то количество возможных вариантов решения всех задач подсистемы S_i определяется формулой:

$$V_{S_i} = \prod_{j=1}^{j_i} m_{ij} .$$

Задачи в подсистемах СОТС решаются независимо друг от друга. Поэтому количество возможных вариантов задач системы в целом равно:

$$V_s = \prod_{i=1}^I V_{S_i} = \prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^{j_i} m_{ij} .$$

Каждый вариант задачи S_i реализуется с помощью некоторого множества приборов $\left(R_{ij_1}^m, \dots, R_{ij_k}^m, \dots, R_{ij_{k_m}}^m \right)$ — совокупности приборов для решения m -го варианта j -й задачи i -й подсистемы S_{ij}^m , где k_{ij}^m — общее число приборов, участвующих в решении одного варианта задачи S_{ij}^m .

Каждый прибор имеет также несколько вариантов ТР. Обозначим возможные варианты ТР k -го прибора, участвующего в решении m -го варианта j -й задачи i -й подсистемы $R_{ij_k}^m$ через $\left(R_{ij_k}^m, \dots, R_{ij_k}^{mn}, \dots, R_{ij_k}^{mn_{ij_k}^m} \right)$, где $n_{ij_k}^m$ — число возможных вариантов ТР прибора $R_{ij_k}^m$. Количество возможных вариантов технической реализации m -го варианта j -й задачи i -й подсистемы S_{ij}^m будет равно:

$$V_{S_{ij}^m} = \prod_{k=1}^{k_{ij}^m} n_{ij_k}^m .$$

Поскольку j -я задача i -й подсистемы решается одним из вариантов приборной реализации (ПР), то количество всех возможных вариантов n_{ij} ПР этой задачи будет равно:

$$n_{ij} = \sum_{m=1}^{m_{ij}} \prod_{k=1}^{k_{ij}^m} n_{ijk}^m.$$

Подставляя в формулу для определения V_s полученное выражение для n_{ij} , получаем формулу для определения числа вариантов ТР системы:

$$V_s = \prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^{j_i} \sum_{m=1}^{m_{ij}} \prod_{k=1}^{K_{ij}^m} n_{ijk}^m.$$

Аналогично может быть построено дерево критериев СОТС. Методика построения дерева критериев и показателей качества отличается от методики построения дерева задач, поскольку здесь не удается строго придерживаться линии развертывания дерева сверху вниз. В данном случае необходимо связать воедино два встречных направления. Первое — «сверху-вниз» — характерно для верхних уровней дерева задач, в котором по мере перемещения с уровня на уровень сформулированные глобальные критерии расчленяются на локальные. Второе направление — «снизу-вверх» — свойственно нижним уровням дерева.

Построение множества вариантов ТР подсистем СОТС

Одной и той же подсистеме СОТС можно поставить в соответствие различную совокупность аппаратуры. Таких совокупностей аппаратуры, реализующей подсистему, может быть много, так как можно рассматривать различные варианты аппаратуры одного и того же назначения.

Обычно значительную часть аппаратуры СОТС выбирают из числа существующих или создаваемых в интересах разработки. Возможные варианты технической (приборной) реализации СОТС будем строить путем формирования морфологических блоков [8–15]. Морфологическим блоком элементов (МБЭ) называется матрица, в которой столбец соответствует различным типам элементов (подсистем), а строка — различным вариантам элементов одного типа. Морфологическим блоком элементов с учетом технической реализации (МБЭР) называется матрица, в которой столбец соответствует различным типам элементов, а строка — различным вариантам и модификациям элементов одного типа.

Упорядочим множество P подсистем СОТС. Это множество может быть описано следующим соотношением

$$P = \{P_i\}, i = \overline{1, N},$$

где i — номер подсистемы; N — количество подсистем (строк в МБЭ).

На основании множеств $P_i (i = \overline{1, N})$ формируем МБЭР системы:

$$MБЭР = \begin{vmatrix} e_{1(1)} & \dots & e_{1(t_1)} \\ \dots & \dots & \dots \\ e_{P(1)} & \dots & e_{P(t_p)} \\ \dots & \dots & \dots \\ e_{N(1)} & \dots & e_{N(t_j)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E_1 \\ \dots \\ E_p \\ \dots \\ E_N \end{vmatrix} = \{E_p\}, \quad (11)$$

где t_p — число возможных вариантов технической реализации P -й подсистемы СОТС.

Множество V_0 всех возможных вариантов технической реализации системы определяется по формуле

$$V_0 = V_1 V_2 \dots V_N = \{V_\alpha\}, \alpha = 1, 2, \dots, \tilde{N}^b, \quad (12)$$

где \tilde{N}^b — число всех возможных вариантов системы: $\tilde{N}^b = \prod_{i=1}^N t_p = \prod_{i=1}^N \sum_{j=1}^{t_p} e_{ij}$; e_{ij} — j -й вариант i -й подсистемы.

Осуществить полный перебор вариантов технической (приборной) реализации СОТС при большом значении N практически невозможно. Поэтому на ранних (системных) стадиях проектирования системы особое значение приобретает проблема усечения вариантов.

Усечение множества вариантов технической реализации СОТС для аддитивных критериев оценки

Под аддитивными критериями оценки системы понимают такие, значения которых равны сумме значений тех же критериев для каждой из составляющих СОТС подсистем (по всем подсистемам). При этом значение такого критерия для каждой подсистемы СОТС равно сумме значений этих критериев для каждого из элементов, комплектующих оцениваемую подсистему. К аддитивным критериям относятся масса (f_1), стоимость (f_2), габаритные размеры (f_3), энергоемкость (f_4) и надежность (f_5) в том случае, когда отказ каждой из подсистем приводит к отказу СОТС в целом, трудоемкость (f_6). В качестве f_5 обычно берут λ — характеристику (интенсивность отказов).

Для отсева вариантов, заведомо не удовлетворяющих требованиям, предъявляемым к системе по аддитивным критериям, необходимо определить требования к вариантам отдельных подсистем, исходя из требований к системе в целом. Способ решения этой задачи состоит в следующем [8–15].

Строится матрица значений критерия f_r для элементов МБЭР ($KMБЭР_r$), адекватная матрице $\{E_p\}$ — где на месте каждого элемента стоит значение критерия f_r для этого элемента.

Производится упорядочение в строках матрицы $KMBEP_r$ по возрастанию для минимизируемых критериев (и по возрастанию для максимизируемых критериев). Получается упорядоченная матрица $UKMBEP_r$.

Находится оптимальное значение критерия f_r для СОТС в целом путем суммирования элементов первого (слева) столбца упорядоченной матрицы $UKMBEP_r$:

$$f_r^0 = \sum_{i=1}^n f_r(V_i^0), \quad (13)$$

где $f_r(V_i^0)$ — оптимальное значение критерия f_r для i -й подсистемы СОТС.

Для отсева вариантов, заведомо не удовлетворяющих требованиям, предъявляемым к системе в целом, необходимо определить требования к вариантам отдельных подсистем, исходя из заданных требований на СОТС. Если некоторый вариант i -й подсистемы (совместно с оптимальными вариантами всех других подсистем) не удовлетворяет заданным требованиям на систему в целом, то и все варианты этой подсистемы с худшими значениями критериев также не будут удовлетворять этим требованиям.

Процедура предварительного отсева бесперспективных вариантов отдельных подсистем СОТС состоит в следующем.

Для каждой подсистемы P_i строятся морфологические блоки МБЭР и матрицы значений критериев $KMBEP_r$ ($r \in I, I$ — множество минимизируемых критериев), матрица $KMBEP_r$ упорядочивается по возрастанию (при минимизации критерия f_r) [8].

Вычисляется значение критерия f_r для оптимального варианта системы $f_r^{(i)}(V^0 \setminus P_i)$ без включения в него i -й подсистемы, которое определяется суммированием элементов первого столбца матрицы УКМБР без элемента i -й строки.

Затем вычисляются допустимые значения критериев для i -й подсистемы по формуле

$$f_r^{\times(i)} = f_r^{\times} - f_r^{(i)}(V^0 \setminus P_i), \quad (14)$$

где $f_r^{(i)}(V^0 \setminus P_i) = f_r^{(i)}(V^0) - f_r^{(i)}(P_i)$; f_r^{\times} — требуемое значение критерия для комплекса в целом; $f_r^{\times(i)}$ — требуемое значение критерия f_r для i -й подсистемы СОТС.

Для каждой строки упорядоченной матрицы $UKMBEP_r$ выбираются те элементы, которые удовлетворяют следующему условию:

$$f_r^{(i)} \leq f_r^{\times(i)}, r \in I, \quad (15)$$

где $f_r^{(i)}$ — значение критерия f_r для i -й подсистемы СОТС; I — множество минимизируемых критериев.

Обозначим множество оставшихся элементов по критерию f_r через V_i^r , которое определяет множество вариантов i -й подсистемы СОТС, удовлетворяющих требованиям по критерию f_r , затем находим пересечение этих множеств:

$$\tilde{U}_i = \bigcap_{r=1}^M V_i^r, \quad (16)$$

где M — число рассматриваемых критериев, которое определяет множество вариантов i -й подсистемы, удовлетворяющих требованиям по всем критериям одновременно.

Если не существует пересечения этих множеств хотя бы по одному критерию f_r , то не существует ни одного варианта V_i подсистемы P_i , удовлетворяющего заданным требованиям.

Обозначим множество вариантов i -й подсистемы, для которых выполняется условие (16), через V_i^* . Тогда равенство $V_i^* = \emptyset$ означает, что невозможно построить вариант i -й подсистемы P_i , удовлетворяющий заданным требованиям. В этом случае возникает необходимость изменить требования на i -ю подсистему P_i .

Множество вариантов подсистем V_i^* , где $i = \overline{1, N}$, составляет усеченный КМБЭР.

Аналогично процедуре построения возможных вариантов СОТС V_0 строится множество V^\times вариантов усеченной СОТС, удовлетворяющее ограничениям (5) и имеющее вид (2). Указанное множество V^\times , которое имеет вид (1) и удовлетворяет ограничениям (5) называется *переговорным множеством* [8, 12].

Выбор компромиссного варианта СОТС

Рациональный вариант СОТС в условиях многокритериальности является компромиссным, то есть наилучшим по совокупности критериев

$$f = \{f_r(v)\}, \quad r \in I = \{1, 2, \dots, M\},$$

но не оптимальным по каждому из них. Наилучшим компромиссным вариантом считается такой, который дает минимальное отклонение от оптимальных значений по всем критериям образом [12].

Выбор компромиссного варианта СОТС с учетом множества аддитивных критериев будем производить следующим образом [13–15].

Если критерии f_r равноценны, то есть коэффициенты значимости этих критериев $\rho_r = 1/M'$ ($r \in I, M'$ — мощность множества I), то компромиссным вариантом V_K СОТС будет такой, для которого относительные потери $W_r(V_K)$ одинаковы и минимальны.

Относительные потери $W_r(V_K)$ для минимизируемых критериев выражаются соотношениями

$$\tilde{W}_r(V_K) = \frac{f_r(V_K) - f_r^0}{f_{r(\max)} - f_r^0}, \quad (17)$$

где f_r^0 — оптимальное значение критерия f_r ; $f_{r(\max)}$ — наихудшие значения критерия f_r на заданном множестве вариантов.

Относительные потери $W_r(V_K)$ для максимизируемых критериев выражаются соотношениями

$$\tilde{W}_r(V_K) = \frac{f_r^0 - f_r(V_K)}{f_r^0 - f_{r(\min)}}, \quad (18)$$

где f_r^0 — оптимальное значение критерия f_r ; $f_{r(\min)}$ — наихудшие значения критерия f_r на заданном множестве вариантов.

Выбор компромиссного варианта V_K СОТС осуществляется по обобщенному критерию

$$W(V_K) = \sum_{r=1}^m \rho_r \frac{f_r(V_K) - f_r^0}{f_{r(\max)} - f_r^0}, \quad (19)$$

где m — число минимизируемых критериев.

Таким образом, компромиссным вариантом V_K СОТС будет вариант, минимизирующий обобщенный критерий (19) и обеспечивающий принятую схему компромисса. Он обеспечит минимальное суммарное относительное отклонение от оптимальных значений критериев в соответствии с заданным предпочтением

$$\rho_r, \left(r \in I; \rho_r \in P^+ = \left\{ \rho_r : \rho_r > 0, \sum_{r \in I} \rho_r = 1 \right\} \right).$$

Задача нахождения компромиссного варианта СОТС состоит в минимизации обобщенного критерия (19) на заданном множестве вариантов V^* с учетом дополнительных ограничений, связанных с искомым компромиссным решением.

Математическая постановка задачи выбора компромиссного варианта СОТС по совокупности аддитивных критериев оценки состоит в следующем.

С учетом ограничений для минимизируемых критериев

$$f_r(V_K) \leq f_r^* = f_r^0 + \frac{K_0}{\rho_r} (f_{r(\max)} - f_r^0) \quad (20)$$

необходимо найти минимум критерия $W(V_K)$:

$$\min_{V_K \in V^*} W(V_K) = \min_{V_K \in V^*} \sum_{r=1}^m \rho_r \frac{f_r(V_K) - f_r^0}{f_{r(\max)} - f_r^0}. \quad (21)$$

Обозначим через K_0 величину взвешенных потерь. Тогда для решения этой задачи вначале находится множество вариантов V^* , удовлетворяющих условию минимизации взвешенных потерь K_0 ($0 \leq K_0 \leq 1$), а затем из этого множества вы-

биается компромиссный вариант по минимуму обобщенного критерия (21). Ис-комая величина K_0 , которая удовлетворяет системе неравенств (20), находится методом дихотомии [13].

Исходными данными для проверки выполнимости условий ограничений являются МБЭР и $KMBEP_r$ ($r \in I$), а также допустимые значения критериев, определяемые при каждом значении величины K_0 по формуле:

$$f_r^* = f_r^0 + \frac{K_0}{\rho_r} (f_{r(\max)} - f_r^0), r \in I. \quad (22)$$

Для проверки выполнения условий ограничений строится матрица относительных отклонений для множества вариантов

$$\begin{array}{c|ccccc} V_1 & f_1 & \dots & f_r & \dots & f_M \\ \hline W_{11} & \dots & W_{12} & \dots & \dots & W_{1M} \\ \dots & & & & & \\ V_K & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline W_{K1} & \dots & W_{Kr} & \dots & \dots & W_{KM} \\ \dots & & & & & \\ V_{N_n} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline W_{N_n1} & \dots & W_{N_nr} & \dots & \dots & W_{N_nM} \end{array}, \quad V_k \in V^*, \quad (23)$$

где W_{kr} — взвешенные потери, вычисляемые по формуле (18); N_n — число вариантов в «переговорном» [12] множестве V^* .

С помощью матрицы (23) производится вычисление обобщенных критериев для каждого варианта из множества V^* по формуле (19), упорядочение вариантов V по возрастанию значений обобщенного критерия и выбор компромиссного варианта V_k .

Алгоритм выбора компромиссного варианта СОТС

Суть алгоритма выбора компромиссного варианта СОТС состоит в следующем [8, 9, 13–15].

1. Формируется морфологический блок МБЭР системы, который представляет собой таблицу $\{E_p\}$ построенную по принципиально возможным вариантам ТР отдельных подсистем $P_i, i = \overline{1, n}$. Число строк n таблицы (матрицы) равно количеству подсистем P_i , входящих в состав СОТС. Количество элементов в каждой строке φ_i равно количеству принципиально возможных вариантов ТР отдельных подсистем P_i ; $P_i(\varphi_i)$ — номер φ_i -го варианта i -й подсистемы.

2. Формируются таблицы значений критериев $\{KMBEP_r\}$

$$\{KMBEP\}_k = \{f_r(P_{i(\varphi)})\}, i = \overline{1, n}, \varphi = 1, \dots, \varphi_i, r = \overline{1, M}, r \in I,$$

где M — количество критериев; I — индекс множества минимизируемых критериев [13].

Этапы 1, 2 являются исходными для алгоритма.

3. Упорядочиваются по возрастанию элементы строк таблиц $\{КМБЭР\}_r, r \in I$ и фиксируются элементы таблицы, для которых $f_r(e_i^0) = \min_{l_i} f_r(e_i(l_i))$, где $e_i(l_i)$ — принципиально возможный вариант модификации элемента l_i -й подсистемы [9].

4. Определяются оптимальные и наихудшие значения критериев на заданном множестве вариантов:

$$f_r^0(V_r^0) \text{ и } f_{r(\max)}(V_{r(\max)}).$$

Для вычисления оптимальных вариантов f_r^0 производится суммирование элементов первого столбца упорядоченной таблицы $\{\text{УКМБЭР}\}_r, r \in I$:

$$f_r^0 = \sum_{i=1}^n f_r(P_{i(1)}).$$

Для вычисления наихудшего значения $f_{r(\max)}$ суммируются последние элементы каждой строки упорядоченной таблицы $\{\text{УКМБЭР}\}_r, r \in I$

$$f_{r(\max)} = \sum_{i=1}^n f_r(P_{i(\varphi_i)}).$$

Для каждого оптимального варианта f_r^0 по r -му критерию вычисляются значения $f_r(V_j^0)$ всех остальных критериев:

$$f_r(V_j^0) = \sum_{i=1}^n f_r^0(V_j^i),$$

где $f_r(V_j^0)$ — значение r -го критерия для варианта, оптимального по j -му критерию ($r, j \in I$).

5. Определяется начальное значение параметра K_0 по формуле

$$K_0^* = \min_{V_j^0} \max_r \rho_r \frac{f_r(V_j^0) - f_r^0}{f_{r(\max)} - f_r^0} (r, j \in I),$$

где ρ_r — вес r -го критерия.

6. Вычисляются допустимые значения по критериям при начальном значении параметра K_0 по формуле:

$$f_r^*(K_0) = f_r^0 + \frac{K_0}{\rho_r} (f_{r(\max)} - f_r^0), r \in I.$$

7. По формуле [8]:

$$f_r^{*(i)} = f_r(P_i) = f_r^*(K_0) - f_r(V_j^0) + f_r(P_i^0),$$

где $f_r(P_i^0)$ — оптимальное значение критерия f_r в i -й строке, вычисляются допустимые значения критериев на подсистемы.

8. Для каждой строки упорядоченной таблицы $\{УКМБЭР\}_r$ производится отсев вариантов подсистем, не удовлетворяющих условиям

$$f_r^{(i)} \leq f_r^*(f_r(P_i) \leq f_r^*(K_0))$$

для всех $r \in I$ одновременно, то есть строится переговорное множество $V_i^*(K_0)$

$$V_i^*(K_0) = \bigcap_{r=1}^M V_i^r(K_0),$$

где $V_i^r(K_0)$ — множество вариантов i -й подсистемы, не удовлетворяющих условиям отсева по r -му критерию (т.е. множество оставшихся вариантов).

9. Проверяется существование переговорного множества $V_i^r(K_0)$ при выполнении условия $V_i^r(K_0) \neq \emptyset$. При условии существования переговорного множества $V_i^r(K_0)$ вычисляется число возможных вариантов в нем по формуле

$$N = \prod_{i=1}^n \varphi_i^*(K_0),$$

где $\varphi_i^*(K_0)$ — количество элементов в i -й строке $V_i^r(K_0)$.

Если $V_i^r(K_0) \neq \emptyset$, то методом дихотомии [8–11] определяется большее значение параметра K_0 , вычисляются новые допустимые значения по каждому из критериев $f_r^*(K_0)$, и процедура повторяется, начиная с этапа 7. Нижний и верхний пределы для величины K_0 задаются в начале вычислений. Обычно, в качестве начального приближения величины K_0 выбирают $K_0 = 0,5$.

10. Проверяется выполнение условия $N \leq N_1^*$, где N_1^* — заданное количество вариантов. Если условие $N < N_1^*$ выполняется, то осуществляется переход к следующему этапу. Если условие $N \leq N_1^*$ не выполняется, то определяется меньшее значение параметра K_0 вычисляются допустимые значения $f_r^*(K_0)$ по каждому из критериев, и процедура повторяется снова, начиная с этапа 7.

Новое меньшее значение параметра $K_0(l+1)$ в интервале $[0, K_0^*]$ определяется методом дихотомии. Затем проверяется условие $|K_0(l+1) - K_0(l)| < \varepsilon$, где l — номер итерации.

Если $K_0(l+1)$ еще достаточно отличается от $K_0(l)$, то проверяются условия:

$$\begin{aligned} f_r(V_j^0) &\leq f_r^*(K_0), r \in I, \\ V_i^*(K_0) &= \bigcap_{r=1}^M V_i^r(K_0) \neq \emptyset, i = \overline{1, n}, \end{aligned} \tag{24}$$

$$V_i^r(K_0) = \left\{ P_{i(\kappa)} : f_r^{(i)}(P_{i(\varphi)}) \leq f_r^{*(1)}(P_i) \right\},$$

$$f_r^{*(i)}(P_i) = f_r^*(K_0) - f_r(V_j^0(K_0)) + f_r(P_i).$$

Если же условия выполняются, то продолжается уменьшение значений параметра K_0 за счет изменения правой границы интервала для K_0 и осуществляется проверка условий (24) до тех пор, пока $|K_0(l+1) - K_0(l)| < \varepsilon$.

Если эти условия не выполняются, то увеличивается значение параметра K_0 за счет изменения левой границы интервала для K_0 в качестве которой используется значение величины $K_0(l)$.

11. По полученному переговорному множеству $V^*(K_{0\min})$ строятся варианты ТР системы в целом, вычисляются значения критериев для них, и проверяется выполнение условий

$$f_r(V_j) \leq f_r^*(K_0) \quad (25)$$

для всех $r \in I$ одновременно.

12. Если получено некоторое множество вариантов, удовлетворяющих условиям (25), то среди них находится искомый компромиссный вариант по *критерию компромиссности I* [12]:

$$V_k = \arg \min_{V_j \in V^*} \max_{r \in I} \rho_r \frac{f_r(V_j) - f_r^0}{f_{r(\max)} - f_r^0}, r \in I. \quad (26)$$

13. Если не существует ни одного варианта, удовлетворяющего условиям (25), то среди всех вариантов, построенных на этапе 12, отыскивается лучший по критерию (26), то есть имеющий минимальные отклонения по всем критериям одновременно (обозначим его через \hat{V}_j), для значения параметра

$$K_0 = \min_{\hat{V}_j \in V^*} \max_{r \in I} \rho_r \frac{f_r(\hat{V}_j) - f_r^0}{f_{r(\max)} - f_r^0},$$

пересчитываются допустимые значения $f_r^*(K_0), \forall r \in I$, и процедура повторяется, начиная с этапа 9. Это позволяет отыскать искомое компромиссное решение по критерию *компромиссности II* [8]:

$$V_K = \arg \min_{V_j \in V^*} \sum_{r \in I} \rho_r \frac{f_r(V_j) - f_r^0}{f_{r(\max)} - f_r^0}.$$

Выводы

В работе предложена методика выбора компромиссного варианта технической реализации сложной организационно-технической системы с учетом множества аддитивных критериев, которая применяется при разработке ряда радиотехни-

ческих комплексных систем. Данная методика позволяет генерировать, оценивать и сравнивать альтернативные варианты технической реализации систем, обеспечивать эффективное взаимодействие между экспертами различного профиля. Таким образом, в статье описан ряд теоретических и практических подходов к выбору рационального варианта системы в условиях многокритериальности, а именно:

1) предложена и реализована на практике методика оценки и выбора на ранних стадиях проектирования компромиссного по совокупности аддитивных показателей качества варианта технической реализации системы, позволившая сравнивать альтернативные варианты технической реализации системы, построенные из приборов различной модификации;

2) рассмотренная методика была успешно применена автором при разработке ряда корабельных радиотехнических комплексных систем (РКС) и радиолокационных комплексов (РЛК), а также прицельно-навигационных комплексов. В качестве примера можно привести решение задачи выбора компромиссного по совокупности аддитивных критериев оптимальности: массе (кг) — f_1 ; стоимости (тыс. грн.) — f_2 ; габаритам (объему, дм³) — f_3 ; энергоемкости (тепловыделению, Вт) — f_4 ; λ — характеристики (интенсивности отказов, 1/час · 10⁻⁶) — f_5) варианта технической реализации РКС, МБЭР которой включал 31 строку (приборы) и 5 столбцов (вариантов приборов) для различных вариаций весовых коэффициентов, заданных экспертами: $\rho = (0,2; 0,2; 0,2; 0,2; 0,2)$; $\rho = (0,15; 0,2; 0,15; 0,25; 0,25)$; $\rho = (0,15; 0,15; 0,2; 0,25; 0,25)$; $\rho = (0,15; 0,25; 0,2; 0,25; 0,15)$. Полученные варианты отличались элементами технической реализации нескольких приборов;

3) реализованная на практике методика позволила генерировать, оценивать и сравнивать альтернативные варианты приборной (технической, аппаратурной) реализации системы, построенные из приборов (аппаратуры) и элементов различной модификации, выбрать рациональный вариант системы, что позволило получить устойчивые решения, мало зависящие от значений ρ при различных предпочтениях экспертов, значительно сократить сроки и стоимость разработки.

4) применение методики позволяет обеспечить эффективное взаимодействие между экспертами различного профиля, способствуя формированию единого ТОС в соответствии с их предпочтениями, и принимать согласованные решения на основе анализа структурного построения системы и «дерева» вариантов ее приборной реализации.

1. *Организация структуры системы обработки информации и управления* / А.Г. Додонов, В.Г. Путятин, А.Н. Буточнов [и др.] // Математические машины и системы. — 2014. — № 4. — С. 18–34.
2. *Построение системы организационного управления авиационным комплексом* / Додонов А.Г., Ландэ Д.В., Путятин В.Г., Куценко С.А. // Реєстрація, зберігання і оброб. даних. — 2014. — Т. 16, № 1. — С. 28–43.
3. *Соловьёв И.В. Проблемы исследования сложной организационно-технической системы* / И.В. Соловьёв // Вестник МГТУ МИРЭА. — 2013. — № 1(1). — С. 20–40.

4. *Вентцель Е.С.* Исследование операций: задачи, принципы, методология: учеб. пособ. / Е.С. Вентцель. — 5-е изд., стер. — М.: КНОРУС, 2013. — 192 с.
5. *Черноруцкий И.Г.* Ч-49. Методы оптимизации. Компьютерные технологии / И.Г. Черноруцкий. — СПб.: БХВ-Петербург, 2011. — 384 с.
6. *Подиновская О.В.* Анализ иерархических многокритериальных задач принятия решений методами теории важности критериев / О.В.Подиновская, В.В. Подиновский // Проблемы управления. — 2014. — № 6. — С. 2–8.
7. *Методы оптимизации:* учеб. пособ. / [Габасов Р., Кириллова Ф.М., Альсевич В.В. и др.]. — Минск: Изд-во «Четыре четверти», 2011. — 472 с.
8. *Михалевич В.С.* Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем / В.С. Михалевич, В.Л. Волкович — М.: Наука, 1982. — 286 с.
9. *Волкович В.Л.* Об одном алгоритме выбора компромиссного решения для линейных критериев // В.Л. Волкович, Л.Ф. Даргейко // Кибернетика. — 1972. — № 5. — С. 36–42.
10. *Волкович В.Л.* Об одной схеме метода последовательного анализа и отсеивания вариантов / В.Л. Волкович, Л.Ф. Даргейко // Кибернетика. — 1978. — № 4. — С. 98–105.
11. *Даргейко Л.Ф.* Метод ограничений в линейной задаче векторной оптимизации / Л.Ф. Даргейко // Кибернетика и вычислительная техника. — 1976. — Вып. 31. — С. 87–93.
12. *Волкович В.Л.* Построение переговорного множества и принятие сложного решения на заданном множестве вариантов / Волкович В.Л., Горчинский А.П. — К.: РИО ИК, 1971. — 19 с. — (Препринт / АН УССР. Ин-т кибернетики; 1971-30).
13. *Методы и алгоритмы автоматизированного проектирования сложных систем управления:* монография / [Волкович, В.Л.; Волошин, А.Ф.; Горлова, Т.М. и др.] — Ин-т кибернетики АН УССР. — К.: Наук. думка, 1984. — 216 с.
14. *Волкович В.Л.* Принятие сложного решения на заданном множестве элементов технической реализации / В.Л. Волкович, В.Г. Путятин // Вопросы обработки информации специального вида. — К.: ИК АН УССР. — 1973. — С. 26–31.
15. *Волкович В.Л.* Алгоритм решения задачи выбора рационального варианта технической реализации сложной системы / В.Л. Волкович, В.Г. Путятин // Вопросы судостроения. Серия: РЛ. — 1980. — Вып. 25. — С. 69–73.
16. *Черноруцкий И.Г.* Методы принятия решения; учеб. пособ. / И.Г. Черноруцкий — СПб., 2005. — 416 с.

Поступила в редакцию 30.09.2015