

В. В. Циганок, О. В. Андрійчук

Інститут проблем реєстрації інформації НАН України
вул. М. Шпака, 2, 03113 Київ, Україна

Експериментальне дослідження методу визначення змістової подібності об'єктів баз знань систем підтримки прийняття рішень

Наведено опис і результати експериментального дослідження методу визначення змістової подібності об'єктів баз знань систем підтримки прийняття рішень. Коротко викладено сутність методу визначення змістової подібності та варіанти його можливого застосування в експертних системах підтримки прийняття рішень. У ході експериментального дослідження еталонні значення змістової подібності об'єктів було визначено експертним шляхом, застосовано імітаційне моделювання ваг ключових слів, що представляють об'єкти, та забезпечено статистичну достовірність експерименту. У результаті проведеного дослідження показано, що значення, обчислені за допомогою досліджуваного методу, близькі до еталонних. Тим самим, підтверджено адекватність даного методу і, як наслідок, його практичну цінність.

Ключові слова: система підтримки прийняття рішень, слабко структурована предметна область, база знань, змістова подібність, експертні оцінки, імітаційне моделювання, експеримент.

Вступ

Постійне підвищення складності предметних областей, в яких використовуються експертні системи підтримки прийняття рішень (СППР), вимагає адекватного та детального відображення сукупності факторів предметної області у базі знань (БЗ) СППР. Відомі результати дослідження, проведеного Delphi Group (США) [1] показують, що знання, якими оперує певна організація розподіляються у наступному співвідношенні (див. рис. 1):

Як видно з діаграми (рис. 1), значна частка наявних знань типової організації належить спеціалістам-експертам. Тому, використання експертних знань конче необхідне для повного та адекватного відображення всіх властивостей предметної області у БЗ СППР.

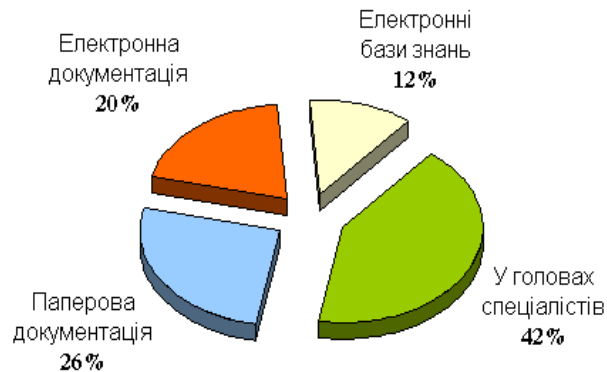


Рис. 1. Склад знань організацій за результатами дослідження Delphi Group

Зважаючи на вищевикладене, процес підтримки прийняття рішень у слабо структурованих предметних областях варто розділити на три основні етапи (рис. 2):

- 1) формування груп спеціалістів, компетентних у предметній області;
- 2) групова побудова БЗ предметної області, базуючись як на об'єктивній, так і на експертній інформації;
- 3) формування рекомендацій для особи, що приймає рішення (ОПР) на основі знань побудованої БЗ.



Рис. 2. Процес підтримки прийняття рішень

При побудові БЗ в експертних СППР однією з найважливіших задач є підвищення адекватності моделей предметних областей, яка безпосередньо впливає на достовірність рекомендацій, що надаються для ОПР. Базуючись на системному аналізі цієї проблеми, виділено ряд задач, що виникають при побудові БЗ, які пов'язані з

підвищенням адекватності моделей предметних областей. На структурній схемі (рис. 3) блоки, відповідні цим задачам, виділені контрастним фоном.



Рис. 3. Задачі при побудові БЗ, пов'язані з підвищенням адекватності моделі предметної області

Розроблено відповідний метод визначення змістової подібності об'єктів БЗ [2], що слугує для ефективного вирішення цих задач. Даний метод дає змогу вирішувати поставлені задачі як в автоматичному, так і в напівавтоматичному режимі, — за участю інженера по знаннях, і, на відміну від існуючих методів, дозволяє уникнути необхідності використання будь-яких навчальних послідовностей даних.

Сутність підходу, що закладений у методі

Для відображення змісту, кожному об'єкту БЗ ставиться у відповідність кортеж ключових слів (КС) з відповідними коефіцієнтами важливості. Цей кортеж має мінімальну потужність, необхідну для збереження унікальності змісту об'єкта. Коефіцієнти важливості КС для кожного об'єкта БЗ визначаються експертним шляхом та являють собою відповідні дійсні числа. Визначення змістової подібності здійснюється з урахуванням коефіцієнтів важливості КС для об'єктів БЗ і значень матриці подібності (відмінності) самих КС (див. нижче).

Постановка задачі визначення змістової подібності

Дано:

1) множина всіх об'єктів БЗ $G = \{G_i \mid i=1, \dots, m\}$, де m — кількість об'єктів у БЗ; кожний об'єкт БЗ $G_i = \{g_{ij} \mid i=1, m; j=1, n\}$, де g_{ij} — ваговий коефіцієнт КС з номером j у

об'єкті БЗ з номером i ; n — загальна кількість КС, причому $0 \leq g_{ij} \leq 1$, $i = \overline{1, n}$,

$$j = \overline{1, n}, \sum_{j=1}^n g_{ij} = 1;$$

2) симетрична матриця відмінностей КС між собою D , де $D = \|d_{ij}\|_{i=\overline{1, n}, j=\overline{1, n}}$,
 $0 \leq d_{ij} \leq 1$ & $d_{ij} = d_{ji}$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$.

Потрібно визначити: нормований показник змістової подібності v_t^{norm} кожного з об'єктів БЗ до певного заданого об'єкта $G_l \in G$.

Сутність методу визначення змістової подібності

При формулюванні експертом найменування деякого об'єкта БЗ G_i , для характеристики його змісту та забезпечення однозначної відповідності змісту уявленню експерта, задається кортеж КС $\langle kw_{i1}, kw_{i2}, \dots, kw_{in} \rangle$ з відповідними коефіцієнтами важливості g_{ij} , $j = \overline{1, n}$. Цей кортеж КС із відповідними вагами може бути: а) заданий експертним шляхом, б) сформульований на основі нормативних документів, або в) оснований на інформації раніше побудованих БЗ. Кортеж КС об'єкта БЗ має бути мінімальної потужності і при цьому містити всю необхідну інформацію для визначення його змістової подібності. Коефіцієнти важливості КС для об'єкта БЗ визначаються експертним шляхом. Ці коефіцієнти можуть визначатися за матрицею парних порівнянь, наприклад, методами власного вектора [3], «трикутник», «квадрат» [4], комбінаторним [5–7], чи іншими методами отримання та обробки експертної інформації. Будується загальна для даної предметної області матриця відмінностей КС — D , основана на порівняннях всіх КС між собою за семантичною подібністю.

Далі використовується підхід, аналогічний знаходженню відстані за таблицею вимірів з ієрархічного кластерного аналізу [8]. Для кожного об'єкта БЗ, в якості вимірів кожної з характеристик, беруться відповідні значення вагових коефіцієнтів КС g_{ij} , $i = \overline{1, n}$, в якості ваг кожної з характеристик — відповідно, сумарна відмінність кожного КС від решти інших КС, задіяних у БЗ — $\sum_{i=1}^n d_{ij}$. Змістова відстань ρ між кожними двома об'єктами БЗ G_k та G_l знаходиться, наприклад, як зважена відстань Хемінга:

$$\rho(G_k, G_l) = \sum_{i=1}^n (|g_{ki} - g_{li}| \sum_{j=1}^n d_{ij}).$$

Вектор відстаней v_t від об'єкта G_l до інших об'єктів БЗ обчислюється за формулою

$$v_t = \| \rho(G_t, G_i) \|_{i=\overline{1, m}},$$

та нормується до максимуму $\max_{i=1,m} \{v_i\} \neq 0$ згідно виразу:

$$v_t^{norm} = \frac{v_t}{\max_{i=1,m} \{v_i\}}.$$

Для роботи методу в автоматичному режимі, а саме, для пошуку множини X_ε подібних за змістом об'єктів до об'єкта G_i , може задаватися відносне відхилення змістових відстаней — ε , $0 < \varepsilon \leq 1$, в межах якого формується множина X_ε :

$$X_\varepsilon = \{G_i \mid v_i^{norm} \leq \varepsilon, i = \overline{1, m}\}.$$

Перевірка адекватності методу визначення змістової подібності об'єктів БЗ СППР

Зауважимо, що експертні СППР здебільшого використовуються в слабо структурованих предметних областях, які можна охарактеризувати рядом властивостей, зображених на рис. 4.



Рис. 4. Властивості слабо структурованих предметних областей

У значній мірі через відсутність еталонів для порівняння та через неможливість повторення процесу прийняття рішень (унікальність рішень) застосування підходів, що визначають точність методу у класичному розумінні, наразі є не-

прийнятним. Зважаючи на це, щоб перевірити адекватність розробленого методу, потрібні експерти для визначення еталонних показників змістової подібності.

Пропонується наступний хід тестування методу:

Крок 1. Експертів, добре обізнаному у предметній області, пропонується оцінити змістову подібність / відмінність об'єктів (для цього, в якості такого експерта доцільно обрати наукового співробітника — автора, що має хоча б декілька десятків публікацій, та в якості об'єктів БЗ запропонувати йому попарно порівняти свої наукові статті за їхнім змістом). Таким чином, задаються еталонні показники змістової відмінності об'єктів БЗ.

Крок 2. Задля скорочення тривалості та зменшення вартості експертизи у ході тестування, такі вхідні дані методу, як експертні оцінки відносної важливості КС, пропонується отримати шляхом імітаційного моделювання, способом, описаним у [9, 10]. Для цього, за еталонні вихідні дані приймаються ранжирування КС, які присутні у кожній науковій статті, та, застосувавши одне з перетворень, яке дозволяє здійснити перехід від ранжирувань КС до їхніх ваг, проведемо імітаційне моделювання кардинальних експертних оцінок (докладний опис див. нижче).

Крок 3. Змістова відмінність об'єктів за заданими таким чином вхідними даними розраховується розробленим методом і порівнюється з еталонними показниками, заданими на першому кроці.

Імітаційне моделювання кардинальних експертних оцінок

Оскільки, за умовою проведення тестування, вихідні еталони на кроці 2 задаються у вигляді ранжирувань КС, а не відносними вагами цих КС, то пропонується у ході моделювання здійснити перетворення від ранжирувань КС до їхніх ваг. Серед таких взаємно-однозначних перетворень було обрано 2 відомих.

1. Закон Ньюкомба-Бенфорда [11, 12] або закон першої цифри:

Згідно з цим законом розподілу, перша цифра d ($d \in \{1, \dots, b - 1\}$) з основою b трапляється з імовірністю:

$$P(d) = \log_b(d + 1) - \log_b(d) = \log_b\left(1 + \frac{1}{d}\right).$$

Ця ймовірність і береться як вага КС.

2. Вага КС w_i пропорційна його номеру n_i у ранжируванні:

$$w_i = \frac{N - n_i + 1}{\sum_{j=1}^N n_j}.$$

На основі побудованої таким чином множини еталонних ваг КС сформуємо ідеально узгоджену матрицю парних порівнянь (МПП) A , виходячи зі співвідношення: $a_{ij} = w_i / w_j$. Вважатимемо МПП обернено-симетричною, тобто такою, що $a_{ij} = 1/a_{ji}$, і тоді зможемо обмежитись аналізом лише елементів МПП, які лежать

вище головної діагоналі ($i < j$). Оскільки, завдяки застосуванню вищезгаданих перетворень ваги КС є такими, що їх можна розрізнити, і є відсортовані у порядку спадання, то усі елементи МПП, які лежать вище головної діагоналі, є більші за 1: $a_{ij} > 1 | i < j$. До того ж, слід зауважити, що при визначенні співвідношень ваг КС ми вважаємо фундаментальну шкалу парних порівнянь [3] неперервною, тобто елементи ідеально узгодженої МПП можуть бути не лише цілими, а дійсними числами ($a_{ij} \in \mathfrak{R}$).

Далі, для моделювання оцінок експертів пропонується зашумляти побудовану ідеально узгоджену МПП A відповідним чином, а саме: множити або ділити кожний елемент матриці на деяку випадкову величину Δ (конкретна із двох вказаних арифметичних дій визначається також випадково).

Підкреслимо, що відхилення від еталонних значень (позначимо їх як Δ) мають задаватися у шкалі відношень, тобто мусить виконуватися рівність: $\Delta = (a_{\Delta+} / a_e) = (a_e / a_{\Delta-})$, де a_e є елементом ідеально узгодженої матриці, який піддається флуктуації, $a_{\Delta+}$ — значення того ж елемента у випадку збільшення, а $a_{\Delta-}$ — значення після зменшення. Випадкове значення Δ обирається згідно з одним із законів розподілу, вибір яких обґрунтовано в [10]: експоненційним чи півнормальним. Оскільки, функція розподілу ймовірності в обох випадках визначена у додатному діапазоні (справа від нуля), а відхилення — мультиплікативне, слід збільшити згенероване випадкове значення на 1 ($\Delta = \Delta + 1$). Фактично, функції щільності розподілу ймовірностей мають бути зсунуті на 1 вправо для того, щоб була можливість використовувати згенеровані згідно з даними законами випадкові величини, як множники при формуванні результуючих значень експертних оцінок ваг КС, що моделюються. (Значення цих множників, переважно, будуть близькими до одиниці).

Напрямок відхилення, як уже зазначалося, (позитивний ($a_{\Delta+} = a_e \Delta$) чи негативний ($a_{\Delta-} = a_e / \Delta$)) обирається випадково, отже, на базі вищезгаданих розподілів, визначених на позитивній півосі, отримуємо симетричні закони розподілу. І, оскільки, елементи змодельованих індивідуальних експертних МПП мають належати до множини значень фундаментальної шкали переваг, ми заокруглюємо дійсні значення, отримані вказаним способом, до найближчих поділок фундаментальної шкали. Таким чином, елементи МПП можуть приймати значення із множини: $\{1/9, 1/8, \dots, 1/2, 1, 2, \dots, 8, 9\}$.

Реалізація експериментальної перевірки адекватності методу

1. У рамках експерименту в якості об'єктів БЗ візьмемо публікації першого із авторів даної статті, які є у списку посилань. Їх взято 5 за номерами: 5, 6, 7, 9, 10. Для зручності позначимо їх відповідно через P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 .

2. Перший із авторів цієї статті, у якості експерта, виконав оцінювання показника попарної змістової відмінності своїх п'яти статей. Результати його оцінювання зведені по рядках у матрицю (табл. 1 і використовуються як еталонні значення показника змістової відмінності).

Таблиця 1. Матриця результатів попарного оцінювання показника змістової відмінності статей

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_1	0	0,614	0,166	0,957	1
P_2	0,582	0	0,544	0,959	1
P_3	0,173	0,598	0	0,955	1
P_4	0,945	1	0,905	0	0,532
P_5	0,947	1	0,909	0,51	0

Ці результати є нормованими в кожному рядку до максимуму по цьому рядку (тобто, максимальне значення у рядку дорівнює 1) і були отримані шляхом обробки неповної МПП методом агрегації експертних оцінок, що отримані у різних шкалах [13]. Проміжна неповна МПП (див. табл. 2) була отримана із застосуванням комплексу програмних засобів для експертного оцінювання шляхом парних порівнянь «Рівень» [14] у якому реалізовано підхід до виконання парних порівнянь, описаний у [15]. Неповнота МПП пояснюється доцільністю виконання порівнянь відмінності лише тих пар, що мають спільний об'єкт (тобто, варто порівнювати лише пари відносно наявного спільного об'єкта).

Таблиця 2. Проміжна, приведена до єдиної шкали, МПП відмінності пар об'єктів

P_1P_2	P_1P_3	P_1P_4	P_1P_5	P_2P_3	P_2P_4	P_2P_5	P_3P_4	P_3P_5	P_4P_5	
0	3,7	0,64	0,6	1,13	0,6	0,58	×	×	×	P_1P_2
	0	0,17	0,17	0,29	×	×	0,18	0,17	×	P_1P_3
		0	0,89	×	0,88	×	1,13	×	1,78	P_1P_4
			0	×	×	0,89	×	1,13	1,86	P_1P_5
				0	0,57	0,54	0,63	0,6	×	P_2P_3
					0	0,88	1,13	×	1,88	P_2P_4
						0	×	1,13	1,96	P_2P_5
							0	0,89	1,7	P_3P_4
								0	1,78	P_3P_5
									0	P_4P_5

3. Для кожної статті візьмемо її список ключових слів у зазначеному в статті порядку (ранжирування КС):

— P_1 : парні порівняння (kw_1), ідеально узгоджена матриця парних порівнянь (kw_2), інформаційно-вагомні множини елементів матриці парних порівнянь (kw_3);

— P_2 : pairwise comparisons (kw_1), effectiveness of expert estimate aggregation methods (kw_4), Genetic algorithm (kw_5), Combinatorial method of expert estimate aggregation (kw_6);

— P_3 : парні порівняння (kw_1), ідеально узгоджена матриця парних порівнянь (kw_2), методи групового експертного оцінювання (kw_7);

— P_4 : системи підтримки прийняття рішень (kw_8), групове ординальне експертне оцінювання (kw_9), компетентність експертів (kw_{10});

— P_5 : системи підтримки прийняття рішень (kw_8), імітаційне моделювання (kw_{11}), експертне оцінювання (kw_{12}).

Для зручності подальшого викладення матеріалу кожне КС у дужках отримало свою унікальну позначку — kw з натуральним числовим індексом.

Таких унікальних КС у рамках розглянутих статей виявилось 12. Відповідну їм матрицю D відмінностей КС (її частину вище головної діагоналі) подано в табл. 3.

Таблиця 3. Матриця відмінностей КС

kw_1	kw_2	kw_3	kw_4	kw_5	kw_6	kw_7	kw_8	kw_9	kw_{10}	kw_{11}	kw_{12}	
0	0,1	0,25	0,44	0,9	0,33	0,3	0,45	0,3	0,5	0,8	0,15	kw_1
	0	0,05	0,5	0,9	0,2	0,25	0,3	0,35	0,7	0,85	0,2	kw_2
		0	0,6	0,9	0,25	0,45	0,5	0,55	0,8	0,8	0,3	kw_3
			0	0,45	0,4	0,24	0,5	0,6	0,55	0,7	0,25	kw_4
				0	0,7	0,6	0,65	0,6	0,7	0,5	0,65	kw_5
					0	0,2	0,4	0,4	0,35	0,45	0,2	kw_6
						0	0,3	0,05	0,3	0,6	0,05	kw_7
							0	0,2	0,45	0,7	0,35	kw_8
								0	0,5	0,6	0,2	kw_9
									0	0,65	0,4	kw_{10}
										0	0,6	kw_{11}
											0	kw_{12}

4. Кожній з публікацій, що розглядаються, ставиться у відповідність ранжирування визначених у ній КС. Наприклад, публікації P_1 відповідає ранжирування КС $\langle kw_1, kw_2, kw_3 \rangle$, у той час як $P_2 - \langle kw_1, kw_4, kw_5, kw_6 \rangle$ і т.д.

5. За кожним із сформованих ранжирувань, наприклад, за законом Ньюкомба-Бенфорда визначаються ваги КС. Таким чином, для P_1 за ранжируванням трьох КС $\langle kw_1, kw_2, kw_3 \rangle$ визначаємо: $P(1) = \log_2(1 + \frac{1}{1}) = 1$, $P(2) = \log_2(1 + \frac{1}{2}) = 0,585$,

$P(3) = \log_2(1 + \frac{1}{3}) = 0,415$, та після нормування до одиниці, отримаємо вихідні ваги КС: $\langle 0,5; 0,292; 0,208 \rangle$, що відповідають публікації P_1 .

6. Тепер, за кожним кортежем вихідних ваг формуємо ідеально узгоджену МПП, виходячи із співвідношення $a_{ij} = w_i/w_j$. Для P_1 це наступна трикутна матриця

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1,712 & 2,404 \\ & 1 & 1,404 \\ & & 1 \end{bmatrix}.$$

7. На основі кожної такої матриці, шляхом імітаційного моделювання, отримуємо збурену МПП, використовуючи яку, отримуємо ваги КС відповідні кожній імітації моделювання.

8. Нарешті, для кожної пари статей, починаючи з $\langle P_1; P_2 \rangle$ і закінчуючи $\langle P_4; P_5 \rangle$, за допомогою методу визначення змістової подібності об'єктів БЗ знаходимо

змістові відмінності пар об'єктів і порівнюємо їх з еталонними значеннями матриці табл. 1.

Статистична достовірність результатів дослідження

Для забезпечення статистичної достовірності такого дослідження розраховано необхідну кількість повторів експерименту (кількість імітацій). Оцінка статистичної достовірності проводилась на основі центральної граничної теореми. При заданні значення довірчої імовірності $P_\beta = 0,9$ (імовірності попадання шуканої випадкової величини в довірчий інтервал β), та обраного для даного експериментального дослідження довірчого інтервалу $\beta = 0,1$, необхідну кількість повторів експерименту обчислено, виходячи з нерівності

$$n \geq \frac{p \cdot (1-p)}{\beta^2} (F^{-1}(P_\beta))^2,$$

де F^{-1} — зворотна функція Лапласа; p — частота повтору результату шуканої випадкової характеристики.

Значення p (у нашому випадку — частота події, що розрахований показник подібності об'єктів відрізняється від еталонного значення менш ніж на 10 %) обираємо на основі попередньо отриманих результатів експерименту за кожним із 10-ти еталонів з табл. 1, як найгіршу (найближчу до значення 0,5) ймовірність (частоту). Після проведення пробної серії із 30 повторів експерименту для кожного еталону, отримані частоти, що зведені в табл. 4.

Таблиця 4. Пробна серія експерименту для кожного з 10-ти еталонів

	P_1P_2	P_1P_3	P_1P_4	P_1P_5	P_2P_3	P_2P_4	P_2P_5	P_3P_4	P_3P_5	P_4P_5
p'	25	28	18	29	28	26	21	29	27	26
$p = p' / 30$	0,833	0,933	0,6	0,967	0,933	0,867	0,7	0,967	0,9	0,867

Серед отриманих частот, що в нижньому рядку табл. 4, найгіршою в цьому сенсі є частота $p = 0,6$, яку й підставляємо у формулу для обчислення.

Після підстановки значень $F^{-1}(0,9) \approx 1,65$ і далі $(F^{-1}(0,9))^2 \approx 2,72$,
 $n \geq \frac{0,6 \cdot (1-0,6)}{0,1^2} 2,72$ і, нарешті $n \geq 65,28$. Отже, для того, щоб зробити достовірні висновки на основі результатів даного експерименту, достатньо зробити не менше 66-ти повторів експерименту.

Результати експерименту

Отримані результати імітації 66-ти повторів для кожного з наявних еталонних значень зведені в табл. 5. Таким чином, із 660-ти повторів експерименту для 10-ти різних еталонів, розрахований показник подібності об'єктів відрізняється від ета-

лонного значення менш ніж на 10 % у 598 виходах експерименту, що складає 90,6 % усіх випробувань.

Таблиця 5. Результати експериментального дослідження методу змістової подібності об'єктів

	P_1P_2	P_1P_3	P_1P_4	P_1P_5	P_2P_3	P_2P_4	P_2P_5	P_3P_4	P_3P_5	P_4P_5
p'	57	62	53	65	62	64	49	64	59	63
$p = p' / 66$	0,864	0,939	0,803	0,985	0,939	0,970	0,742	0,970	0,894	0,955

Висновки

Проведено експериментальне дослідження методу змістової подібності об'єктів БЗ СППР. Задля значного скорочення експертних витрат було запропоновано використати імітаційне моделювання експертних оцінок та за об'єкти БЗ СППР були взяті ряд наукових публікацій одного із авторів цієї статті.

Отримані результати експерименту, а саме те, що більш ніж 90 % усіх випробувань методу визначення змістової подібності об'єктів баз знань СППР відрізняються менш ніж на 10 % від заданих експертним шляхом еталонних значень, дають змогу зробити висновок про адекватність методу. Це, у свою чергу, свідчить і про цінність даного методу при практичному застосуванні в експертних СППР, і дає змогу підвищити адекватність моделей предметних областей і, як наслідок, підвищити достовірність рекомендацій для ОПР.

У ході експерименту також відмічено, що у деяких публікаціях, які розглядалися як об'єкти БЗ СППР, заданий набір КС не достатньо повно відображає зміст публікації, що в експерименті призводило до значних відхилень розрахованих значень від заданих еталонних.

Свої подальші дослідження у цій області автори статті планують направити у руслі розробки та дослідження методів, що дозволили би кількісно визначити ступінь змістового покриття об'єкта БЗ множиною КС.

1. Тузовский А.Ф. Системы управления знаниями (методы и технологии) / А.Ф. Тузовский, С.В. Чириков, В.З. Ямпольский. — Томск: Изд-во НТЛ, 2005. — 260 с.

2. Андрійчук О.В. Метод змістової ідентифікації об'єктів баз знань систем підтримки прийняття рішень / О.В. Андрійчук // Реєстрація, зберігання і оброб. даних. — 2014. — Т. 16, №1. — С. 65–78.

3. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. — М.: Радио и связь, 1993. — 278 с.

4. Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект / В.Г. Тоценко. — К.: Наук. думка, 2002. — 382 с.

5. Циганок В.В. Комбінаторний алгоритм парних порівнянь зі зворотним зв'язком з експертом / В.В. Циганок // Реєстрація, зберігання і оброб. даних. — 2000. — Т. 2, № 2. — С. 92–102.

6. Tsyganok V.V. Investigation of the aggregation effectiveness of expert estimates obtained by the pairwise comparison method / V.V. Tsyganok // Mathematical and Computer Modelling, — August 2010, Vol. 52, N 3–4. — P. 538–544.

7. Циганок В.В. Метод обчислення ваг альтернатив на основі результатів парних порівнянь, проведених групою експертів / В.В. Циганок // Реєстрація, зберігання і оброб. даних. — 2008. — Т. 10, № 2. — С. 121–127.
8. Жамбю М. Иерархический кластер-анализ и соответствия / М. Жамбю. — М.: Финансы и статистика, 1988. — 342 с.
9. Циганок В.В. Врахування компетентності експертів при визначенні групового ранжирування / В.В. Циганок, О.В. Андрійчук // Реєстрація, зберігання і оброб. даних. — 2011. — Т. 13, № 1. — С. 94–105.
10. Цыганок В.В. Имитационное моделирование экспертных оценок для тестирования методов обработки информации в системах поддержки принятия решений / В.В. Цыганок, С.В. Каденко, О.В. Андрейчук // Проблемы управления и информатики. — 2011. — № 6. — С. 84–94.
11. Newcomb S. Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers / S. Newcomb // Amer. J. Math. — 1881. — 4. — P. 39–40.
12. Benford F. The law of anomalous numbers / F. Benford // Proc. Amer. Philos. Soc. — 1938. — 78. — P. 551–572.
13. Циганок В.В. Агрегація групових експертних оцінок, що отримані у різних шкалах / В.В. Циганок // Реєстрація, зберігання і оброб. даних. — 2011. — Т. 13, № 4. — С. 74–83.
14. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №44521 Державної служби інтелектуальної власності України. Комп'ютерна програма «Комплекс програмних засобів для експертного оцінювання шляхом парних порівнянь «Рівень» / В.В. Циганок, О.В. Андрійчук, П.Т. Качанов, С.В. Каденко. — від 03/07/2012.
15. Циганок В.В. Вибір шкали оцінювання експертом у процесі виконання ним парних порівнянь в системах підтримки прийняття рішень / В.В. Циганок // Реєстрація, зберігання і оброб. даних. — 2011. — Т. 13, № 3. — С. 92–105.

Надійшла до реакції 12.12.2014