

УДК 519.86:004.67

В. В. Бочаров, О. Г. Додонов, А. І. Кузьмичов

Інститут проблем реєстрації інформації НАН України

вул. М. Шпака, 2, 03113 Київ, Україна

e-mail: vlad_bochar@ukr.net; dodonov@ipri.kiev.ua; akuzmychov@gmail.com

Оцінювання альтернативних проектних рішень за оптимізаційною методологією DEA в Excel

В управлінні проектами портфель формують шляхом послідовного об'єктивного відбору серед заданої сукупності проектів як однорідних об'єктів, кожен з яких характеризується наборами ідентичних входів і виходів у певних вимірах, діленням сукупності на два класи — лідерів та аутсайдерів. Багатоетапний процес оцінювання — послідовне ділення заданої множини однорідних об'єктів з оновленими входами/виходами на два незалежних класи — завершується, за необхідності, визначенням єдиного переможця. Методологія DEA, що застосована для такого ділення, характеризується об'єктивністю процесу оцінювання функціональної ефективності об'єктів, бо кожен з них найкращим чином застосовує власні показники відношення виходи/входи відносно аналогічних відношень усіх інших об'єктів. Методика оцінювання базується на застосуванні інструментального апарату математичної оптимізації, що реалізований у вигляді програмного модуля в середовищі Excel й автоматично діє у робочій електронній таблиці-шаблоні.

Ключові слова: DEA (Data Envelopment Analysis), організаційна структура, операційна ефективність, оцінювання та порівняльний аналіз, лінійне програмування, однорідні об'єкти, управління проектами, модель «витрати-випуск», симплекс-метод, надбудова Solver Excel (Поиск решения).

Вступ

Дослідження організації та проблем управління нею здійснюється шляхом визначення та оцінювання її операційної продуктивності, соціально-економічної й виробничої ефективності, де діє проста схема, за якою потік ресурсів на вході через процеси трансформації перетікає до виходів у вигляді кінцевого продукту (товари чи послуги у відповідних кількості та якості). Згідно цієї схеми підвищення ефективності організаційної системи зводиться до пошуку способів: а) зниження

вартісних показників і значень вхідних потоків при незмінних значеннях виходів або ж до б) підвищення виходів при фіксованих значеннях входів за рахунок впровадження досконалих технологічних, організаційних чи інших засобів. Зрозуміло, що на безпосередні відносини «входи-виходи», що визначають ефективність реальної системи, впливають зовнішні чинники та рівень досконалості управлінської діяльності на певних рівнях відповідальності, їхні формалізовані показники можна віднести до специфічних входів (погодні умови, міжнародна обстановка, кризові явища).

Отже, ефективність — це узагальнене відношення $\frac{\text{Виходи}}{\text{Входи}}$, де *Виходи* — сума зважених виходів; *Входи* — сума зважених входів, наприклад, відношення вартості готової продукції заданої номенклатури до вартості вхідних використаних ресурсів і супроводжуваних технологічних й організаційних витрат. Треба розуміти, що на виході процесу виробництва чи переробки завжди є як позитивні, так і негативні результати. Позитивні результати це: якість виготовлених товарів чи послуг, прибуток чи зайнятість населення; негативні результати це: певні втрати, безробіття, небажані екологічні наслідки, сховані дефекти тощо, тож відповідні вихідні показники вказують, скажімо, позитивними та від’ємними значеннями. Отже головним у процедурі оцінювання є підхід до зваженого визначення входів і виходів. Існують різні підходи до визначення вагових коефіцієнтів об’єктів оцінювання, представленого відношенням суми зважених виходів до суми зважених входів.

Постановка задачі

Організаційна структура складена з n однорідних об’єктів $O = (o_1, \dots, o_j, \dots, o_n)$, де j — номер об’єкта, o_j — назва j -го об’єкта, $j = 1, \dots, n$. Кожен об’єкт має m входів (витрат ресурсів) та s виходів (випуску продукції) і представлений парою «входи-виходи» або «витрати-випуск» (x_j, y_j) , де:

- входи j -го об’єкта — вектор $x_j = (x_{j1}, \dots, x_{ji}, \dots, x_{jm})$, $i = 1, \dots, m$;
- виходи j -го об’єкта — вектор $y_j = (y_{j1}, \dots, y_{jr}, \dots, y_{js})$, $r = 1, \dots, s$.

Таким чином, початкові дані, які оцінюються, задані двома матрицями:

- входів $X = \{x_{ji}\}$ розміром $n \times m$;
- виходів $Y = \{y_{jr}\}$ розміром $n \times s$:

	m входів					s виходів				
O_1	$x_{1,1}$...	$x_{1,i}$...	$x_{1,m}$	$y_{1,1}$...	$y_{1,r}$...	$y_{1,s}$
...										
O_j	$x_{j,1}$...	$x_{j,i}$...	$x_{j,m}$	$y_{j,1}$...	$y_{j,r}$...	$y_{j,s}$
...										
O_n	$x_{n,1}$...	$x_{n,i}$...	$x_{n,m}$	$y_{n,1}$...	$y_{n,r}$...	$y_{n,s}$

Розмір задачі: $n \times m \times s$

Простим і широкоживаним є *нормативний підхід* до оцінювання однорідних об'єктів, за яким діючими нормами зафіксовані вагові коефіцієнти входів і виходів для оцінювання однорідних технологічних процесів і відповідних організаційних структурних одиниць. Зрозумілими прикладами є рецепти виготовлення певних видів продуктів, тобто: якщо узяти необхідні ресурси у певних пропорціях і кількостях, тоді отримаємо фіксовану кількість продукту з відповідною якістю¹. Однак навіть на такому простому прикладі добре видно недоліки цього підходу, який не враховує властивості конкретних ресурсів, уживану технологію перетворення ресурсів (входів) та якісні характеристики готового продукту (виходи).

Задача 1 (розміром $12 \times 2 \times 2$). За нормативним підходом оцінюються для наступного порівняння 12 однорідних об'єктів, кожен з них має два входи (Вх-1, Вх-2) та два виходи (Вих-1 та Вих-2), норми-відношення: для входів 5:1, для виходів — 1:3. Треба побудувати зважений унормований (0/1) рейтинг цих об'єктів (рис. 1).

	Об'єкт 1	Об'єкт 2	Об'єкт 3	Об'єкт 4	Об'єкт 5	Об'єкт 6	Об'єкт 7	Об'єкт 8	Об'єкт 9	Об'єкт 10	Об'єкт 11	Об'єкт 12	Вага
Вхід 1	20	19	25	27	22	55	33	31	30	50	53	38	5
Вхід 2	151	131	160	168	158	255	235	206	244	268	306	284	1
Вихід 1	100	150	160	180	94	230	220	152	190	250	260	250	1
Вихід 2	90	50	55	72	66	90	88	80	100	100	147	120	3
Зваж. вхід 1	100	95	125	135	110	275	165	155	150	250	265	190	
Зваж. вхід 2	151	131	160	168	158	255	235	206	244	268	306	284	
Сума вх.	251	226	285	303	268	530	400	361	394	518	571	474	
Зваж. вихід 1	100	150	160	180	94	230	220	152	190	250	260	250	
Зваж. вихід 2	270	150	165	216	198	270	264	240	300	300	441	360	
Сума вих.	370	300	325	396	292	500	484	392	490	550	701	610	
Коеф. ефект.	1,47	1,33	1,14	1,31	1,09	0,94	1,21	1,09	1,24	1,06	1,23	1,29	1,47
Рейтинг	1,00	0,90	0,77	0,89	0,74	0,64	0,82	0,74	0,84	0,72	0,83	0,87	max

Рис. 1

Результат: за заданими нормами 5:1 для входів і 1:3 для виходів виявлено одного лідера (Об'єкт 1 з коефіцієнтом ефективності 1,47 та відносною оцінкою 1) — за свої витрати (входи 20 та 151) цей об'єкт отримав найкращі показники випуску (виходи 100 та 90).

Предметом даної публікації є *DEA-підхід* щодо організації оцінювання n об'єктів із кількома входами та виходами, він досить складний, бо базується на оригінальному математичному апараті й розв'язанні n оптимізаційних (для цього прикладу їх 12) задач, зате є обґрунтованим і об'єктивним у процесі порівняльного аналізу.

Зокрема, за цим підходом рейтинг 12 об'єктів (задача 1) має дещо інший вигляд, де виявлено трьох лідерів (1-й, 2-й та 3-й об'єкти) і в цілому оцінки вищі за попередні:

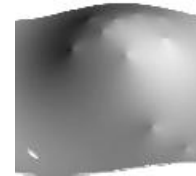
¹ за радянських часів саме так було організовано «соціалістичне змагання» окремих працівників чи трудових колективів, де будь-який отриманий кінцевий результат без врахування його якості вимірювався фіксованою кількістю балів, усі ці бали за абсолютно різні види робіт давали певну суму для кожного учасника змагання, порівнянням яких визначали переможців

	Об'єкт 1	Об'єкт 2	Об'єкт 3	Об'єкт 4	Об'єкт 5	Об'єкт 6	Об'єкт 7	Об'єкт 8	Об'єкт 9	Об'єкт 10	Об'єкт 11	Об'єкт 12
Рейтинг	1,00	1,00	0,88	1,00	0,76	0,84	0,9	0,8	0,96	0,87	0,96	0,96

завдяки об'єктивному врахуванню специфічних властивостей відношень виходи/входи усіх об'єктів, визначених значеннями їхніх входів і виходів.

Методологія DEA

Даними для процесу вимірювання ефективності, порівняльного аналізу та прийняття рішень щодо оцінювання однорідних об'єктів чи структурних організаційних одиниць (*decision-making units*) є відомості про однакові за суттю й різні за значеннями показники входів і виходів (у відповідному вимірі). Ці дані є предметом аналітичної методології DEA (*Data Envelopment Analysis*), тут ключове й дещо жаргонне слово *envelopment* (обгортання) визначає побудову за показниками знайдених об'єктів-лідерів *фронту ефективності*, який обгортає наче покриваючи пеленою усі точки зверху (якщо відшукується максимум ефекту чи знизу (на мінімум витрат), вміст обгортки — «еліта» зі знайдених об'єктів-лідерів, усі інші об'єкти під пеленою — аутсайтери². Методологія DEA застосовується для оцінювання операційної ефективності сукупності однорідних об'єктів (осіб чи організаційних структур): працівників, студентів курсу чи школярів, бригад, класів чи груп, кафедр ВНЗ, підрозділів наукових установ чи відділень банків або клінік, спортивних команд, регіональних державних установ, виробничих колективів, служб сервісу тощо.



В управлінні проектами такими об'єктами є проекти щодо конкретного замовлення, входи для їхнього оцінювання це: тривалості робіт, організаційні, вартісні та ресурсні вимоги до їхнього здійснення, розраховані часові показники календарного плану (розкладу) тощо; їхні виходи це: кінцеві тривалість і вартість проекту, якісні характеристики готового продукту/послуги тощо.

На сьогодні методологія DEA набула світового масштабу, діють спеціалізовані товариства (deasociety.org), створені спеціальні сайти (deazone.com), розробляються спеціалізовані програмні продукти (DEA-solver), регулярно проводяться міжнародні наукові конференції, видана солідна наукова та навчальна література (переважно англійською мовою).

Авторами й дослідниками DEA³ доведено, що цей підхід завдяки природній об'єктивності методики відносного порівняльного аналізу дозволяє обґрунтовано визначити еталони й використати їх як базові критерії оцінювання, а також сформулювати нові ідеї у напрямку підвищення продуктивної ефективності функціонування організацій.

² Не існує усталеного перекладу абревіатури DEA російською/українською мовами, у публікаціях є варіанти із сумнівним смислом: аналіз середовища ефективності, оболонковий аналіз даних, метод згортки даних, аналіз оболонки даних.

³ Farrell M. The Measurement of Productive Efficiency, 1957.

Charnes A., Cooper W., Rhodes E. Measuring the efficiency of decision-making units, 1978.

Emrouznejad A., Parker B.G. Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA, 2008.

Мета та сутність DEA: сукупність n об'єктів треба розділити на дві групи різного розміру, це невелика кількість лідерів, усі інші — аутсайдери, всі визначені лідери мають єдину максимальну відносну оцінку 1, оцінки аутсайдерів менше 1. Щоб об'єктивно відділити лідерів від аутсайдерів, пропонується відшукати **фронт ефективності**, що виражає дві можливі форми відношень між використаними входами та досягнутими виходами, і, відповідно, який визначає два класи задач оптимізації, це:

— *вихід-орієнтований* підхід, задача: **максимізувати** зважену кількість виходів окремого об'єкта, яка може бути отримана за заданою зваженою кількістю входів або

— *вхід-орієнтований* підхід, задача: **мінімізувати** зважену кількість входів окремого об'єкта, щоб отримати задану зважену кількість виходів.

Зокрема, за вихід-орієнтованим підходом ставиться оптимізаційна задача, що надалі розглядається.

I. Знайти такі вагові коефіцієнти входів і виходів для поточного p -го об'єкта, $p = 1, \dots, n$:

— для його входів — вектор $V = (v_1, \dots, v_i, \dots, v_m)$, де v_i — «вага» i -го входу, $i = 1, \dots, m$;

— для його виходів — вектор $U = (u_1, \dots, u_r, \dots, u_s)$, де u_r — «вага» r -го виходу, $r = 1, \dots, s$, щоб:

II. максимізувати ефективність p -го об'єкта (ЦФ):

$$e_p = \frac{UY_p}{VX_p} = \frac{u_1 y_{p,1} + \dots + u_r y_{p,r} + \dots + u_s y_{p,s}}{v_1 x_{p,1} + \dots + v_i x_{p,i} + \dots + v_m x_{p,m}},$$

III. за умови, що відносні оцінки ефективності усіх об'єктів не перевищують 1 (100 %):

$$\frac{UY_j}{VX_j} \leq 1, j = 1, \dots, n,$$

та за граничних умов: $V \geq 0, U \geq 0$.

Оскільки цільова функція (ЦФ) і система обмежень є дробами, чисельник і знаменник яких є лінійними комбінаціями шуканих змінних, ця оптимізаційна задача є нелінійною, її оптимізаційна модель відноситься до класу дробово-лінійного програмування (ДЛП), тож для її реалізації треба використати метод нелінійної оптимізації, алгоритм якого діє у певному обчислювальному середовищі (системі програмування, математичному пакеті, надбудові табличного процесора).

У наведеному прикладі застосовується метод ОПГ (*Обобщенного приведенного градиента*), алгоритм якого діє у надбудові *Поиск решения* табличного процесора Excel [3].

Загальна задача оптимізації (модель ДЛП)

- I. Знайти вектори $V = \{v_i\}$, $U = \{u_r\}$, $i = 1, \dots, m$; $r = 1, \dots, s$, щоб
- II. ЦФ $\frac{UY_p}{VX_p} \rightarrow \max, p \in \{1, \dots, n\}$
- III. при $\frac{UY_j}{VX_j} \leq 1, j = 1, \dots, n$,
 $v_i \geq 0, u_r \geq 0$.

Задача 2 (розміром $3 \times 2 \times 3$). Для ілюстрації методології DEA оцінюються для наступного порівняння три об'єкти, кожен з двома входами та трьома виходами:

Об'єкти	Вх 1	Вх 2	Вих 1	Вих 2	Вих 3
Об'єкт 1	5	14	9	4	16
Об'єкт 2	8	15	5	7	10
Об'єкт 3	7	12	4	9	13

Пошук результату зводиться до розв'язання трьох задач оптимізації.

Задача оптимізації (модель ДЛП)

- $p = 1$.
- I. Знайти вектори $V = \{v_1, v_2\}$, $U = \{u_1, u_2, u_3\}$, щоб
 - II. ЦФ $\frac{u_1 y_{11} + u_2 y_{12} + u_3 y_{13}}{v_1 x_{11} + v_2 x_{12}} \rightarrow \max$
 - III. при:

$$\frac{u_1 y_{j1} + u_2 y_{j2} + u_3 y_{j3}}{v_1 x_{j1} + v_2 x_{j2}} \leq 1 \quad j = 1,$$

$$\frac{u_1 y_{21} + u_2 y_{22} + u_3 y_{23}}{v_1 x_{21} + v_2 x_{22}} \leq 1 \quad j = 2,$$

$$\frac{u_1 y_{31} + u_2 y_{32} + u_3 y_{33}}{v_1 x_{31} + v_2 x_{32}} \leq 1 \quad j = 3,$$

$$V \geq 0, U \geq 0.$$

Розв'язок (для $p = 1$):

I6		fx =СУММПРОИЗВ(E2:G2;E6:G6)/СУММПРОИЗВ(B2:C2;B6:C6)												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
	Об'єкти	Вх 1	Вх 2		Вих 1	Вих 2	Вих 3		ЛЧ					
1	Об'єкт 1	5	14		9	4	16		1,00					
2	Об'єкт 2	8	15		5	7	10		0,64					
3	Об'єкт 3	7	12		4	9	13		0,91					
4														
5														
6	Коеф.	1,149	1,262		0,903	0,875	0,737		1					
7									ЦФ-1					

Із-за характерної специфіки методології DEA — необхідності розв’язувати n задач оптимізації — треба повторити цю процедуру для $p = 2$ та 3 , кожного разу змінивши лише вираз цільової функції.

Кінцевий результат та його аналіз (рис. 2).

D2												f: =СУММПРОИЗВ(\$E\$6:\$G\$6;E2:G2)/СУММПРОИЗВ(\$B\$6:\$C\$6;B2:C2)		
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O
	Об'єкти	Вх 1	Вх 2		Вих 1	Вих 2	Вих 3		ЛЧ			Еф.		
2	Об'єкт 1	5	14		9	4	16		1,00		Об'єкт 1	1,000		
3	Об'єкт 2	8	15		5	7	10		0,64		Об'єкт 2	0,773		
4	Об'єкт 3	7	12		4	9	13		0,91		Об'єкт 3	1,000		
6	Коеф.	1,149	1,262		0,903	0,875	0,737		1					
7									ЦФ-1					
9	Об'єкти	Вх 1	Вх 2		Вих 1	Вих 2	Вих 3		ЛЧ					
10	Об'єкт 1	5	14		9	4	16		1,00					
11	Об'єкт 2	8	15		5	7	10		0,77					
12	Об'єкт 3	7	12		4	9	13		1,00					
14	Коеф.	0,000	1,750		2,101	1,400	0,000		0,77333					
15									ЦФ-2					
17	Об'єкти	Вх 1	Вх 2		Вих 1	Вих 2	Вих 3		ЛЧ					
18	Об'єкт 1	5	14		9	4	16		1,00					
19	Об'єкт 2	8	15		5	7	10		0,76					
20	Об'єкт 3	7	12		4	9	13		1,00					
22	Коеф.	0,706	0,638		0,950	0,977	0,000		1					
23									ЦФ-3					

Рис. 2

За отриманими оцінками (значеннями цільових функцій) визначено двох лідерів (1-й та 3-й об'єкти) та аутсайдера (2-й об'єкт), отримано відповідні коефіцієнти входів/виходів для кожного об'єкта.

Недоліки моделі ДЛП, викликані вимушеним застосуванням нелінійного методу ОПГ: розв'язок прямо залежить від заданих початкових значень шуканих коефіцієнтів, тобто, довільний набір початкових значень повертає кожного разу нові значення шуканих коефіцієнтів, хоча значення цільової функції завжди коректне

Від цих недоліків вільна модель лінійного програмування (ЛП), що є основним інструментом DEA.

Перетворення ДЛП→ЛП⁴

Засновниками методології DEA (за якою усі об'єкти треба розділити на лідерів та аутсайдера) є піонери й активні пропагандисти ЛП А. Charnes, W. Cooper та E. Rhodes, в умовах тодішніх вкрай обмежених комп'ютерних ресурсів і відсутності ефективних методів нелінійної оптимізації, вони лінеаризували нелінійну модель ДЛП, щоб: а) мати змогу розв'язувати цю задачу єдиним на той час оптимізаційним симплекс-методом; б) мати можливість отримувати однозначні значення шуканих змінних й двоїсті оцінки початкових даних; в) розширити спектр ефективних впроваджень моделей ЛП.

Алгоритм перетворення (для прикладу, $p = 1$):

⁴ схема перетворення Чарнса-Купера (Charnes-Cooper transformation scheme, CC-transformation)

Елемент задачі оптимізації	ДЛП	ЛП
Шукані змінні	$V = \{v_1, v_2\}, U = \{u_1, u_2, u_3\}$	$A = \{a_1, a_2\}, B = \{b_1, b_2, b_3\}$
Цільова функція	$\frac{u_1 y_{11} + u_2 y_{12} + u_3 y_{13}}{v_1 x_{11} + v_2 x_{12}} \rightarrow \max$	$b_1 y_{11} + b_2 y_{12} + b_3 y_{13} \rightarrow \max$
Обмеження та граничні умови	$\frac{u_1 y_{11} + u_2 y_{12} + u_3 y_{13}}{v_1 x_{11} + v_2 x_{12}} \leq 1 \quad j = 1$	$b_1 y_{11} + b_2 y_{12} + b_3 y_{13} \leq a_1 x_{11} + a_2 x_{12}$
	$\frac{u_1 y_{21} + u_2 y_{22} + u_3 y_{23}}{v_1 x_{21} + v_2 x_{22}} \leq 1 \quad j = 2$	$b_1 y_{21} + b_2 y_{22} + b_3 y_{23} \leq a_1 x_{21} + a_2 x_{22}$
	$\frac{u_1 y_{31} + u_2 y_{32} + u_3 y_{33}}{v_1 x_{31} + v_2 x_{32}} \leq 1 \quad j = 3$	$b_1 y_{31} + b_2 y_{32} + b_3 y_{33} \leq a_1 x_{31} + a_2 x_{32}$
	$V \geq 0, U \geq 0.$	$A \geq 0, B \geq 0.$

Загальна задача оптимізації (модель ЛП)

- I. Знайти вектори $A = \{a_i\}, B = \{b_r\}, i = 1, \dots, m; r = 1, \dots, s$, щоб
- II. ЦФ $B Y_p \rightarrow \max, p \in \{1, \dots, n\}$
- III. при $B Y_j \leq A X_j, j = 1, \dots, n,$
 $A X_p = 1,$
 $a_i \geq 0, b_r \geq 0.$

Смисл: за умови повного використання наявних ресурсів ($A X_p = 1$) треба досягти якнайбільшого ефекту ($B Y_p$).

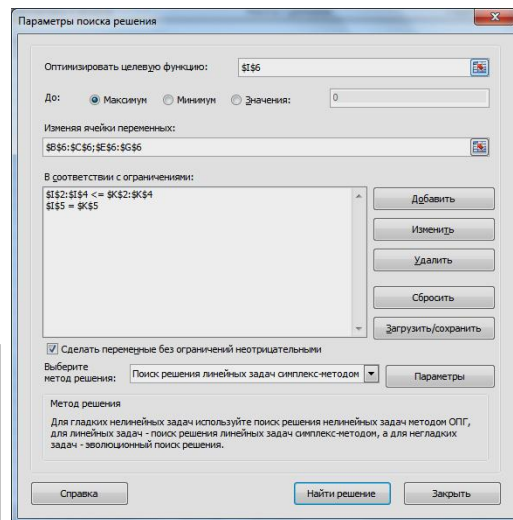
Таблична модель

Рекомендація: для розв'язання n однотипних задач ЛП за допомогою надбудови *Поиск решения* (системне обмеження: $n \leq 200$), які відрізняються лише форматом цільової функції, треба: а) на першому аркуші сформулювати, відформатувати типову табличну модель і використовувати як шаблон, розв'язати задачу для $p = 1$; б) виділити, скопіювати й перенести на інші аркуші модель-шаблон; в) внести зміни у кожен наступну табличну модель і розв'язати відповідну задачу; г) зібрати до купи на певному аркуші всі результати.

Якщо об'єктів небагато, їхні табличні моделі можна розмістити на одному аркуші, але користувачу треба бути дуже уважним, бо замін треба зробити значно більше (у таблиці й у вікні *Параметры поиска решения*).

Типова форма табличної моделі задачі ЛП для $p = 1$ та вікно *Параметры поиска решения*:

I6		fx = СУММПРОИЗВ(E2:G2;E6:G6)							
	A	B	C	E	F	G	I	J	K
1	Об'єкти	Вх 1	Вх 2	Вих 1	Вих 2	Вих 3	ЛЧ	≤	ПЧ
2	Об'єкт 1	5	14	9	4	16	1,00	≤	1,00
3	Об'єкт 2	8	15	5	7	10	0,56	≤	1,0714
4	Об'єкт 3	7	12	4	9	13	0,44	≤	0,8571
5							1,00	=	1
6	Коеф.	0,000	0,071	0,111	0,000	0,000			1
7									ЦФ-1



Усі результати показані на рис. 3.

Об'єкти	Вх 1	Вх 2	Вих 1	Вих 2	Вих 3	ЛЧ		ПЧ
Об'єкт 1	5	14	9	4	16	1,00	≤	1,00
Об'єкт 2	8	15	5	7	10	0,56	≤	1,0714
Об'єкт 3	7	12	4	9	13	0,44	≤	0,8571
						1,00	=	1
Коеф.	0,000	0,071	0,111	0,000	0,000	1		
						ЦФ-1		
Об'єкти	Вх 1	Вх 2	Вих 1	Вих 2	Вих 3	ЛЧ		ПЧ
Об'єкт 1	5	14	9	4	16	0,93	≤	0,933333
Об'єкт 2	8	15	5	7	10	0,77	≤	1
Об'єкт 3	7	12	4	9	13	0,80	≤	0,8
						1,00	=	1
Коеф.	0,000	0,067	0,080	0,053	0,000	0,77333		
						ЦФ-2		
Об'єкти	Вх 1	Вх 2	Вих 1	Вих 2	Вих 3	ЛЧ		ПЧ
Об'єкт 1	5	14	9	4	16	0,44	≤	1,166667
Об'єкт 2	8	15	5	7	10	0,78	≤	1,25
Об'єкт 3	7	12	4	9	13	1,00	≤	1
						1,00	=	1
Коеф.	0,000	0,083	0,000	0,111	0,000	1		
						ЦФ-3		

Рис. 3

Аналіз результату

З'ясовано, що Об'єкт 2 є аутсайдером відносно двох інших об'єктів-лідерів (їхні оцінки 1).

Успішність 2-го об'єкта — це максимально можливе значення ефекту (цільової функції) величиною 0,733, досягнуте при повному використанні двох видів ресурсів (Вх-1 та Вх-2).

Тож, щоб йому бути успішнішим, треба зробити більш ефективним процес перетворень «Входи → Виходи», за вихід-орієнтованим підходом — збільшувати значення виходів, використовуючи, скажімо, кращі технологію чи організацію процесу перетворення.

Коли виходів більше одного, для кожного об'єкта виникає запитання про їхні «вагу» чи «цінність», бо неможливо та й нема необхідності покращувати *усі* виходи (аналог — «тіньова ціна» дефіцитного ресурсу).

Відповідь — у визначених значеннях шуканих коефіцієнтів виходів (0,08; 0,053; 0): треба збільшувати значення лише Вих-1 та Вих-2, бо Вих-3 — в достатній нормі, при цьому Вих-1 «цінніший» (0,08) за Вих-2 (0,053), що з них покращувати, вирішує менеджер.

Наприклад, менеджер вирішив збільшувати значення Вих-1 ($y_{22} = 5$) і хоче визначити граничне значення Вих-1 свого об'єкта, щоб стати лідером. Це можна зробити:

— простим підбором: при Вих-1 = 6 ЦФ = 0,85, при Вих-1 = 7 ЦФ = 0,93 тощо, або

— розв'язавши модифіковану оптимізаційну задачу. Для цього у табличну модель треба додати: шукану змінну (y_{22}) та обмеження ЦФ = 1 і, скориставшись

методом ОПГ, бо задача стала нелінійною (у ЦФ $b_{1y_{21}} + b_{2y_{22}} + b_{3y_{23}}$ елемент $b_{2y_{22}}$ є добутком двох шуканих невідомих), знайти точний розв'язок.

Результат: при Вих-1 $\approx 7,83$ і незмінних Вих-2 = 7 та Вих-3 = 10 Об'єкт 2 за рахунок певних покращень процесу перетворення «Входи \rightarrow Виходи» став лідером:

Об'єкти	Вх 1	Вх 2	Вих 1	Вих 2	Вих 3	ЛЧ	=	ПЧ
Об'єкт 1	5	14	9	4	16	0,93	=	0,93
Об'єкт 2	8	15	7,833334	7	10	1,00	=	1,0
Об'єкт 3	7	12	4	9	13	0,80	=	0,8
						1,00	=	1
Коеф.	0,000	0,067	0,080	0,053	0,000	1		
						ЦФ-2		

Програмна реалізація методології DEA

Достоїнством табличних моделей, розрахованих на застосування стандартної версії надбудови Excel Solver (*Поиск решения*), є можливість власноруч побудувати й реалізувати математичну модель задачі оптимального оцінювання однорідних об'єктів без будь-яких допоміжних програмних засобів. Тому ці моделі можна застосовувати у навчальному й дослідницькому процесах, де можна найкраще зрозуміти методологію DEA щодо оцінювання однорідних об'єктів з урахуванням їхніх специфічних властивостей уведенням додаткових обмежень. Їхнє обмеження — необхідність збудувати й багатократно реалізовувати таку модель для кожного об'єкта (на окремих аркушах), що досить незручно (при $n > 20$) і навіть неможливо для крупних задач промислового значення (при $n > 200$).

Популярність аналітичної DEA-методології стимулює розробку спеціалізованих програм комерційного чи автономного користування у вигляді програм-надбудов (DEA-Software). Певні з них у форматі DEA-Solver базуються на застосуванні надбудови Excel Solver (*Поиск решения*). Наприклад, для користувачів Excel досить зручно з дещо розширеними можливостями є надбудова DEAFrontier (www.deafrontier.net [1]), її безкоштовна пробна версія розрахована на 20 однорідних об'єктів, професійна (платна) версія зорієнтована на використання надбудов Excel Solver (до 200 об'єктів для стандартної версії) або OpenSolver, вартість версій: академічна/бізнес — \$700/\$2900. У [2] дано опис надбудови Excel DEA-Solver (www.saitech-inc.com), її навчальна версія розрахована на 50 об'єктів (завантажується з CD, що додається до книги вартістю \$85), професійна версія DEA SolverPro не обмежує число об'єктів, вартість версій: академічна/бізнес — \$800/\$1600 для одного ПК.

У роботі пропонується програмна реалізація DEA-методології в Excel із макрос-підтримкою у вигляді робочої книги-шаблону, що розрахована на довільний розмір вихід-орієнтованої задачі оцінювання (в межах розміру електронної таблиці).

Реалізація: завантажується робоча електронна таблиця-шаблон, у якій користувач формує власний масив початкових даних (розміром $n \times m \times s$) й запуском макросу отримує кінцевий результат — відносні оцінки n об'єктів, за якими визначаються лідери та аутсайтери. Початкові дані, панель команд й результати обчислень зосереджені на одному аркуші електронної таблиці Excel. Застосування на

кожному кроці обчислювальної процедури модуля лінійної оптимізації прямо впливає на її тривалість: розв'язок задачі на «тонкому клієнті» для $n = 100$ триває не менше 10 хв.

1. *Zhu J.* Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking: Data Envelopment Analysis with Spreadsheets / J. Zhu. — [3-ed.]. — Springer, 2014. — 420 p.
2. *Cooper W.* Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software / W. Cooper, L. Seiford, K. Tone. — [2-ed.]. — Springer, 2007. — 513 p.
3. *Кузьмичов А.І.* Оптимізаційні методи і моделі: Практикум в Excel / А. І. Кузьмичов. — К.: АМУ, 2013. — 438 с.

Надійшла до редакції 16.05.2015